



ce
pre
UNI

**CICLO
PRE 2024 - I**

Trigonometría

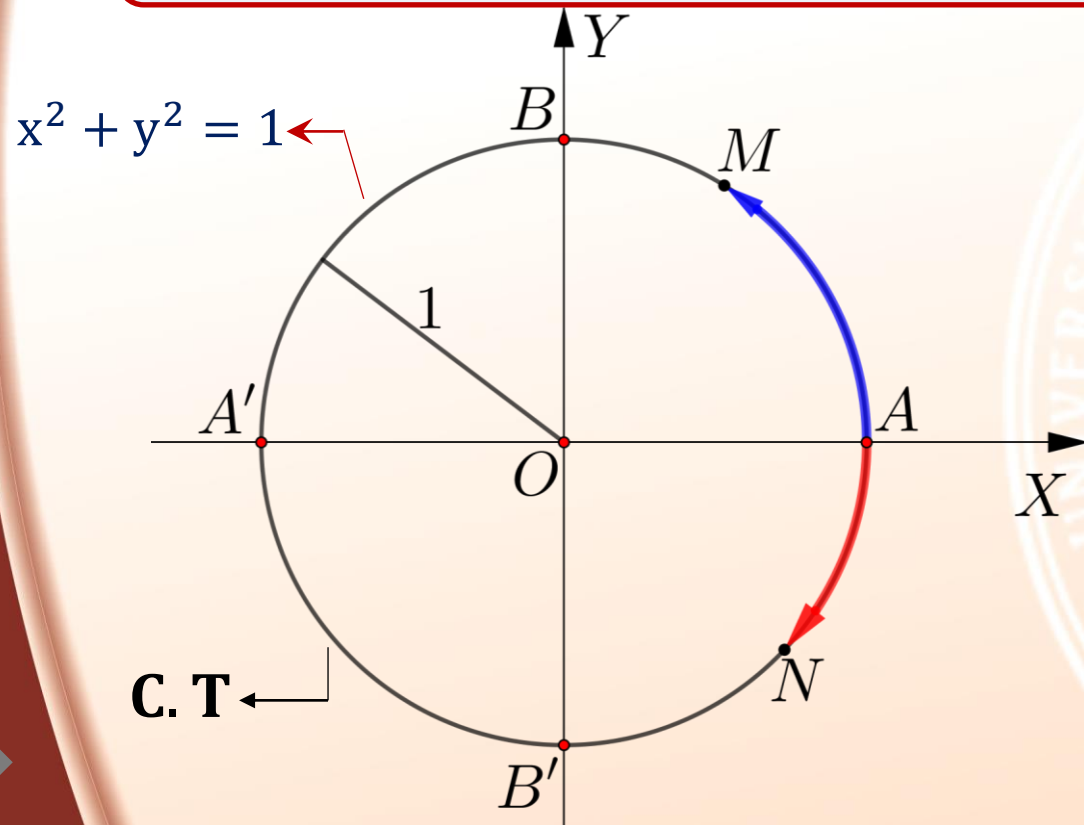
**CIRCUNFERENCIA
TRIGONOMÉTRICA I**



CIRCUNFERENCIA TRIGONOMÉTRICA

Definición:

Es aquella circunferencia cuyo centro coincide con el origen del sistema cartesiano y la longitud de su radio es igual a la unidad del sistema.
Se denomina también circunferencia unitaria.



Elementos:

$A(1; 0)$: origen de arcos.

M y N : extremos de arco

$B(0; 1)$: origen de complementos de arcos.

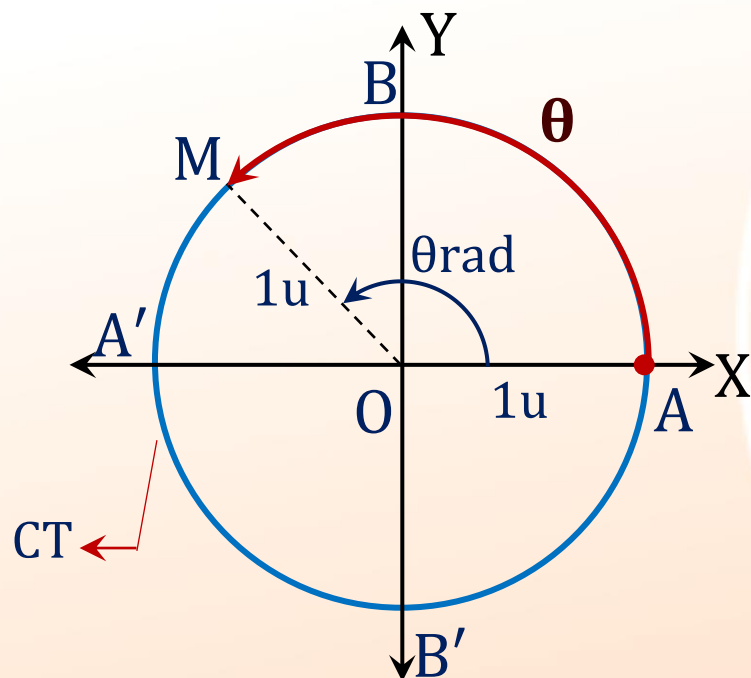
$A'(-1; 0)$: origen de suplementos de arcos.

$B'(0; -1)$: no tiene un nombre particular.

Razones trigonométricas de números reales

Las razones trigonométricas de un número real θ son iguales a las razones trigonométricas de un ángulo de medida $\theta \text{ rad}$; siempre que dicha razón trigonométrica se encuentre definida.

En la circunferencia trigonométrica mostrada:



$$RT(\theta) = RT(\theta \text{ rad})$$

De esta manera, por ejemplo:

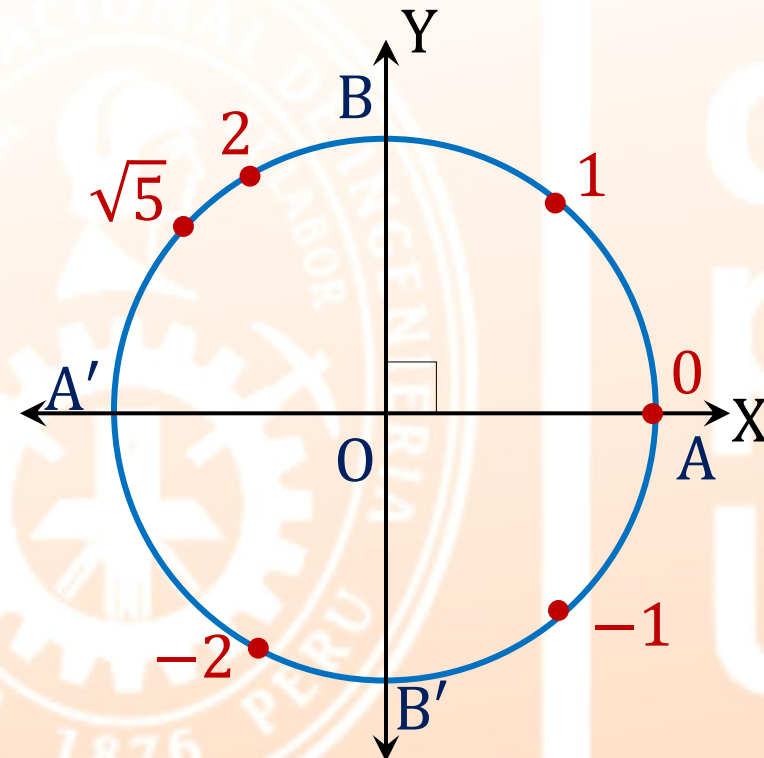
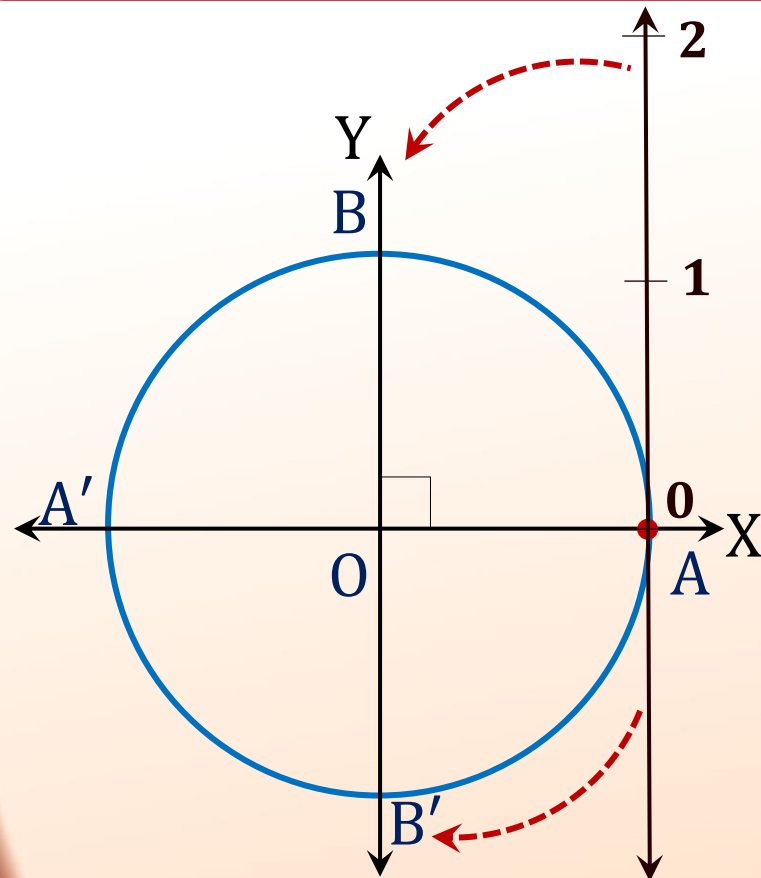
$$* \text{sen}(2) = \text{sen}(2 \text{ rad})$$

$$* \cos(3) = \cos(3 \text{ rad})$$

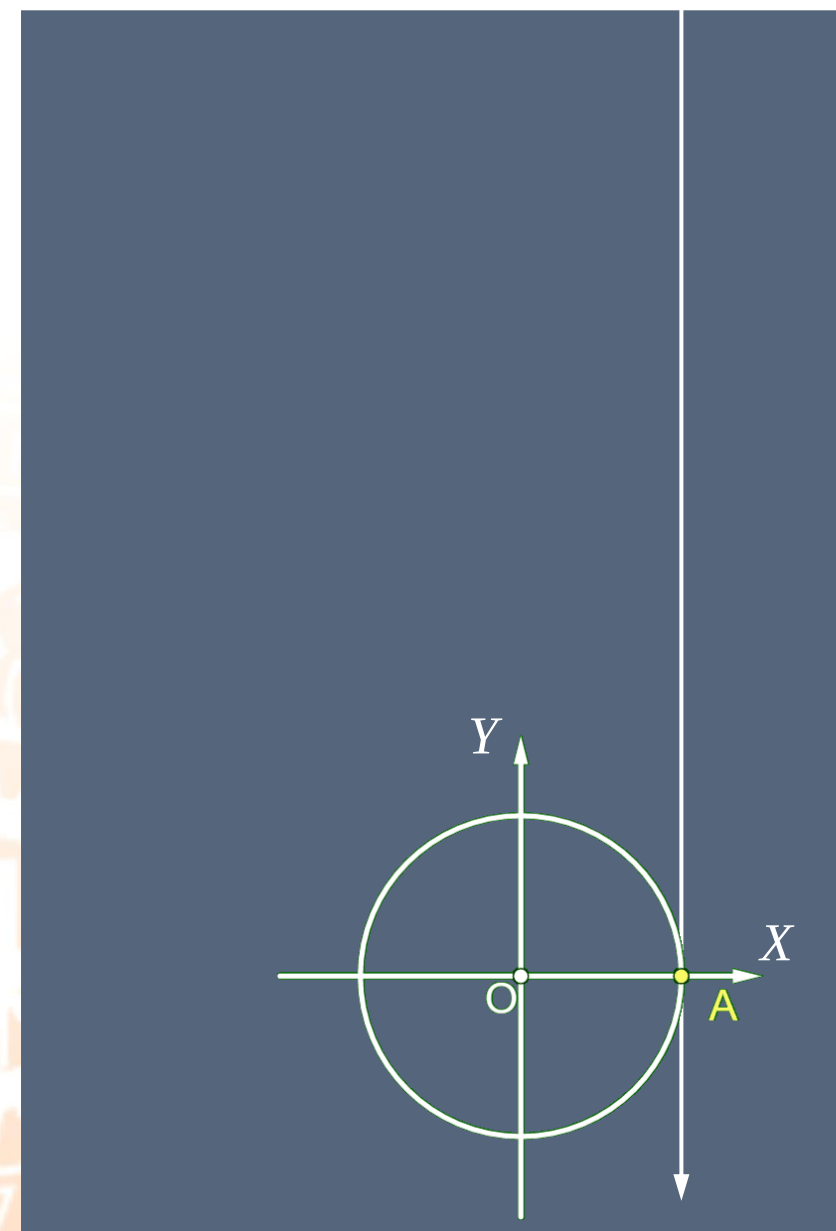
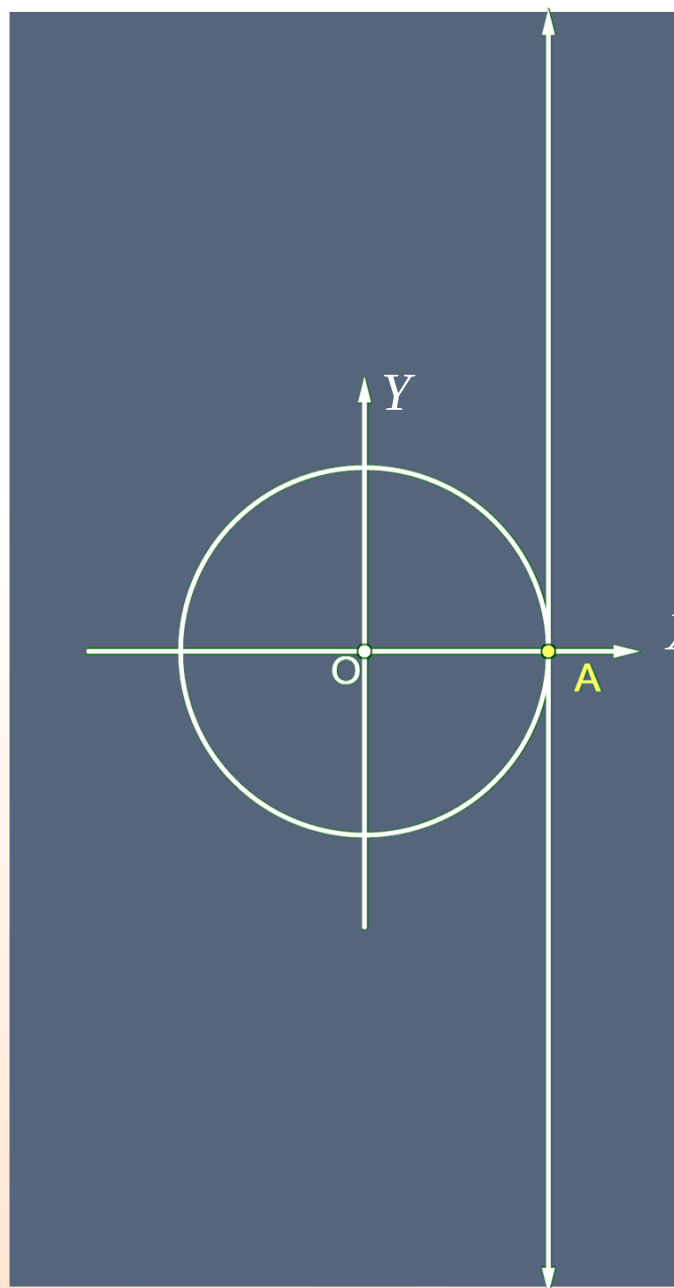
$$* \tan\left(\frac{\pi \text{ rad}}{4}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

Ubicación de números reales en la circunferencia trigonométrica

Para ubicar números reales en la circunferencia trigonométrica (C.T) se dibuja una recta numérica tangente a la C.T en el origen de arcos A y luego se procede a “envolver” esta recta numérica a la C.T como se muestra en la figura adjunta:



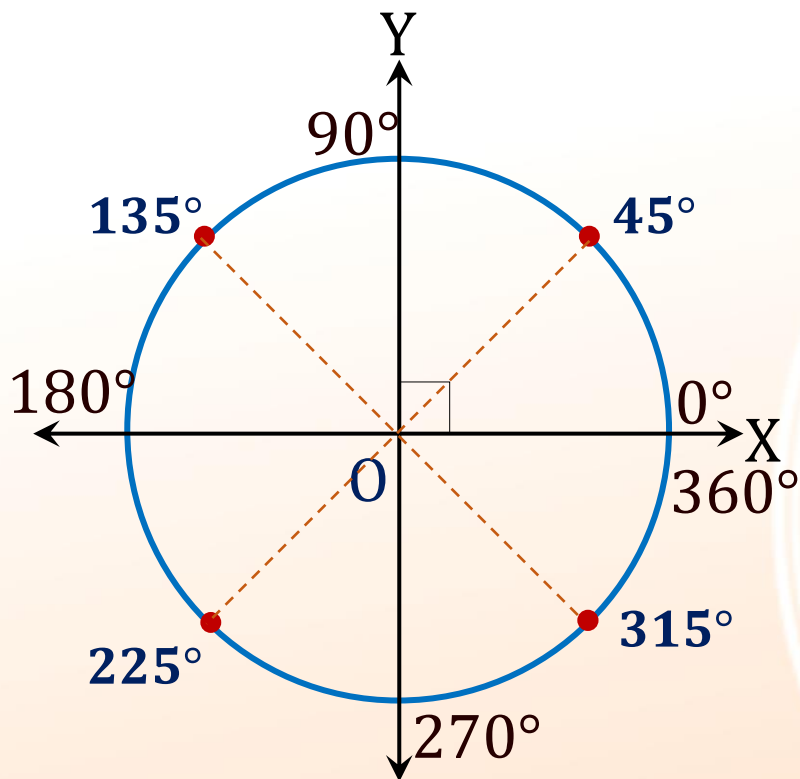
Veamos la animación:



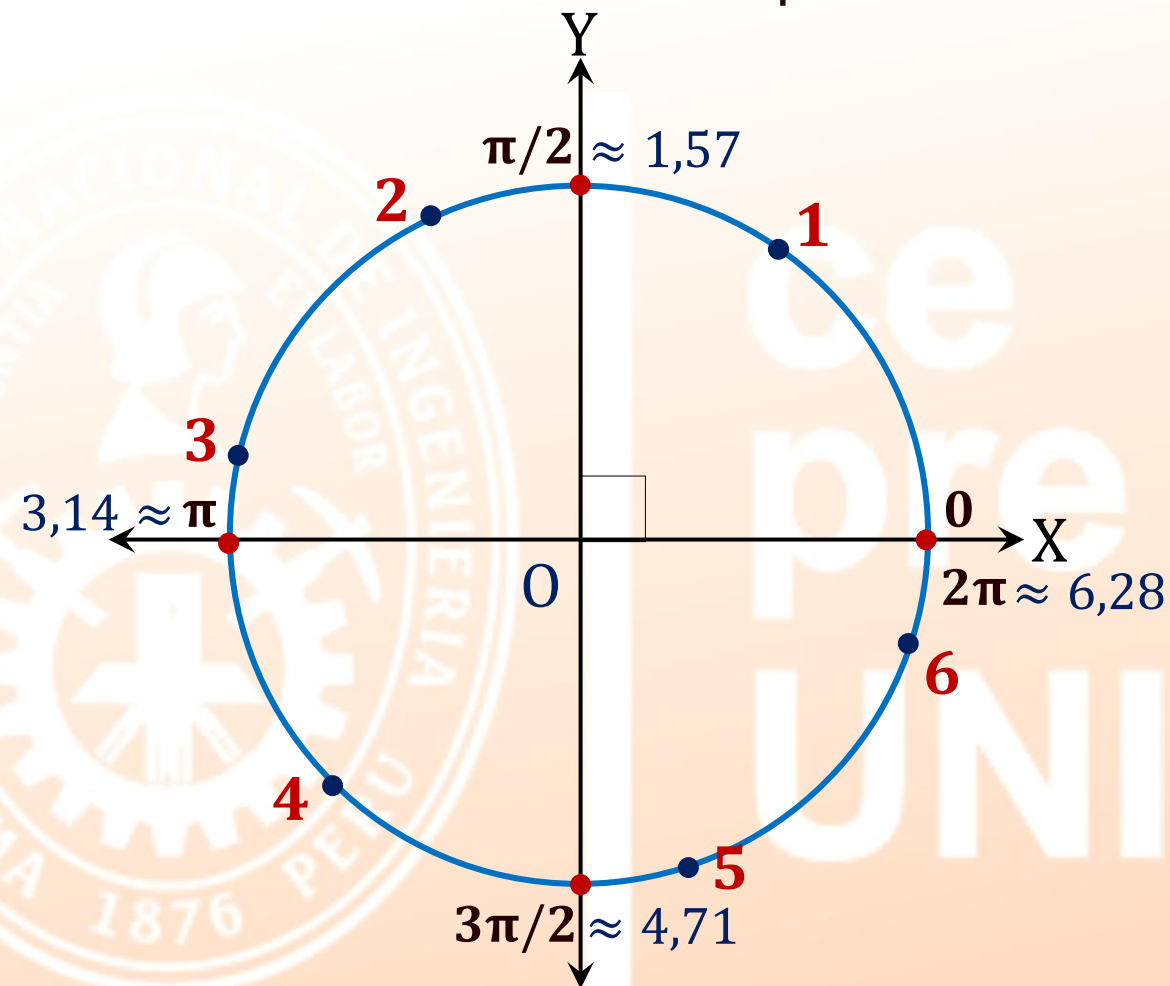
Ubicaciones importantes en la circunferencia trigonométrica:

I. Arcos expresados en grados sexagesimales: II. Números enteros:

Las referencias más importantes son:

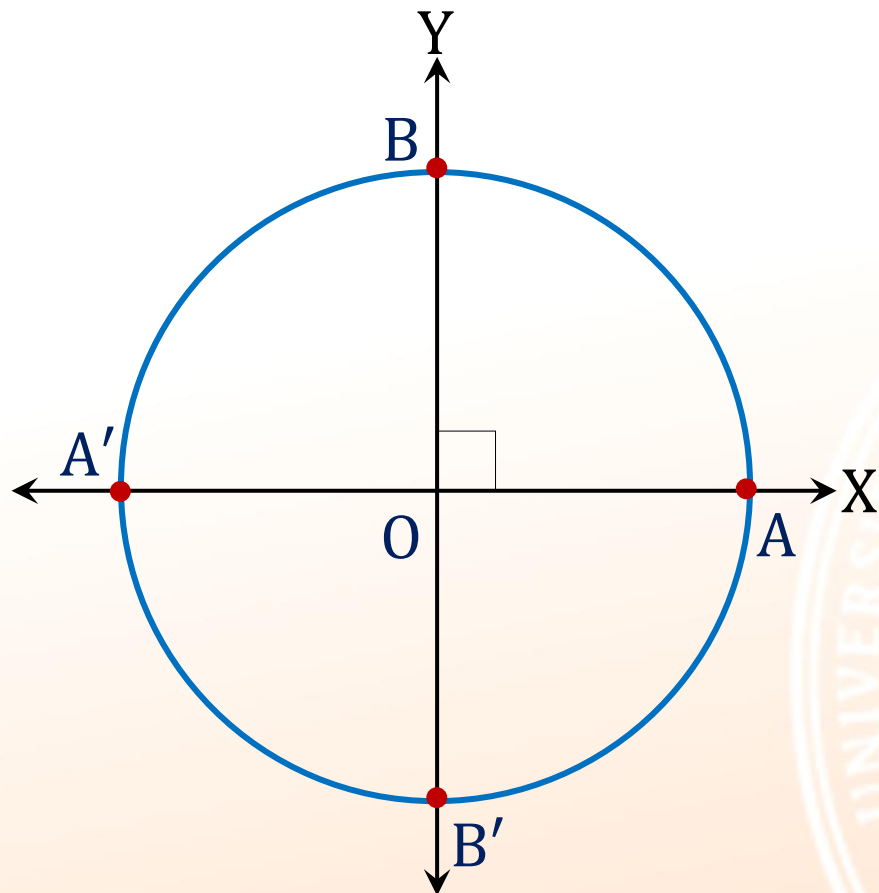


Las referencias más importantes son:



III. Arcos cuadrantales y sus coterminales:

En la circunferencia trigonométrica mostrada:



Los arcos con extremos en: $(\forall k \in \mathbb{Z})$

$$A: 2k\pi$$

$$A': (2k + 1)\pi$$

$$k\pi$$

$$B: (4k + 1)\frac{\pi}{2}$$

$$B': (4k + 3)\frac{\pi}{2}$$

$$(2k + 1)\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{k\pi}{2}$$

LÍNEAS TRIGONOMÉTRICAS

Definición:

Son segmentos dirigidos que representan los valores numéricos de las razones trigonométricas de un ángulo o de un número real, siempre que la razón trigonométrica se encuentre definida.

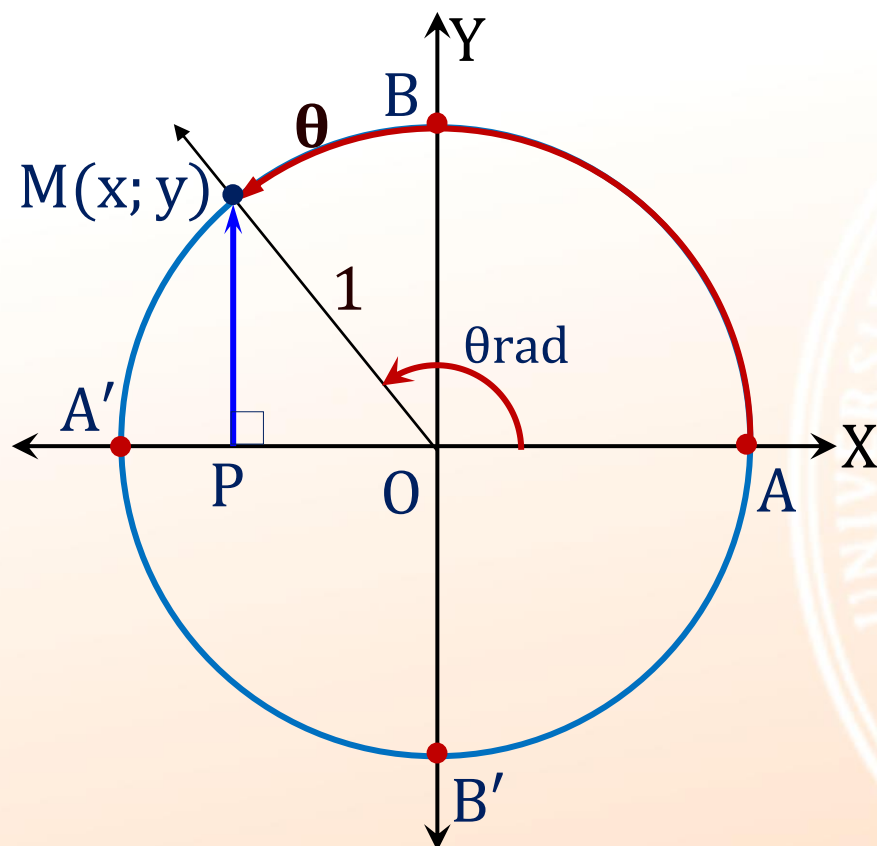
Cada razón trigonométrica tiene su propia línea trigonométrica, así que debemos estudiar seis líneas trigonométricas.

Estas líneas trigonométricas **se asociarán** a las coordenadas de un punto, el cual se determinará por la forma particular en que se define cada línea.

Línea trigonométrica seno

Es el segmento dirigido desde la proyección del extremo del arco considerado sobre el eje de abscisas, hacia dicho extremo.

En la circunferencia trigonométrica mostrada:



Para el ángulo canónico que mide $\theta \text{ rad}$:

$$\frac{\text{sen}(\theta \text{ rad})}{\text{sen}(\theta)} = \frac{y}{1}$$

$$\therefore \text{sen}(\theta) = y$$

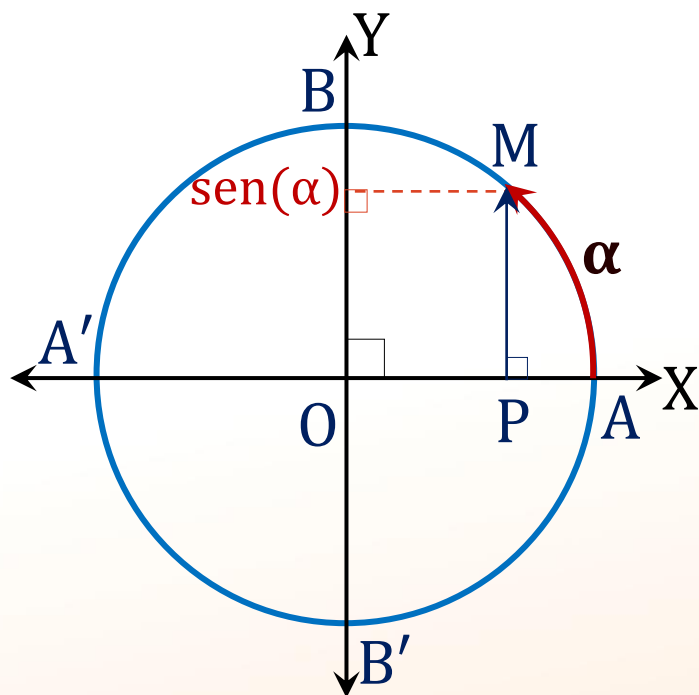
$\overrightarrow{PM}$: segmento dirigido desde P hacia M.

$\overrightarrow{PM}$: representa $\text{sen}(\theta)$

Consideración:

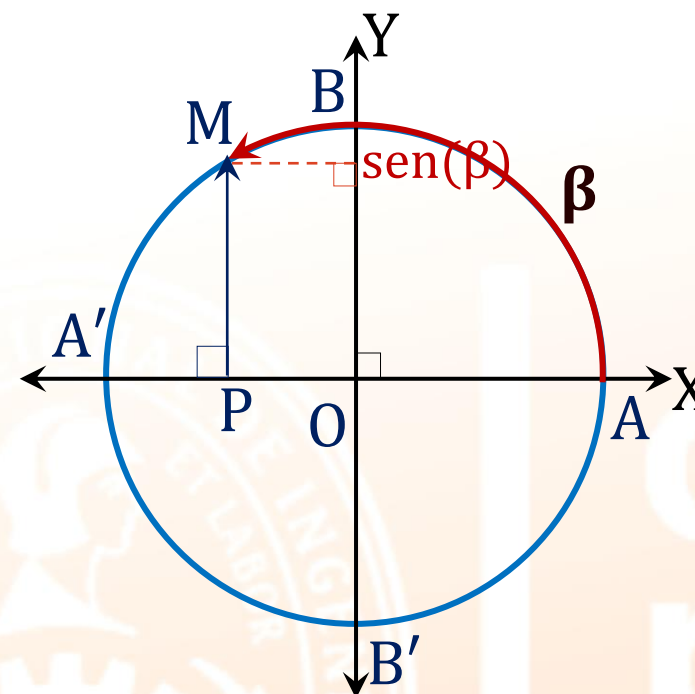
Para todo $\theta \in \mathbb{R}$: $\text{sen}(\theta)$ se encuentra definido

Observe los segmentos dirigidos asociados al seno de cada arco:



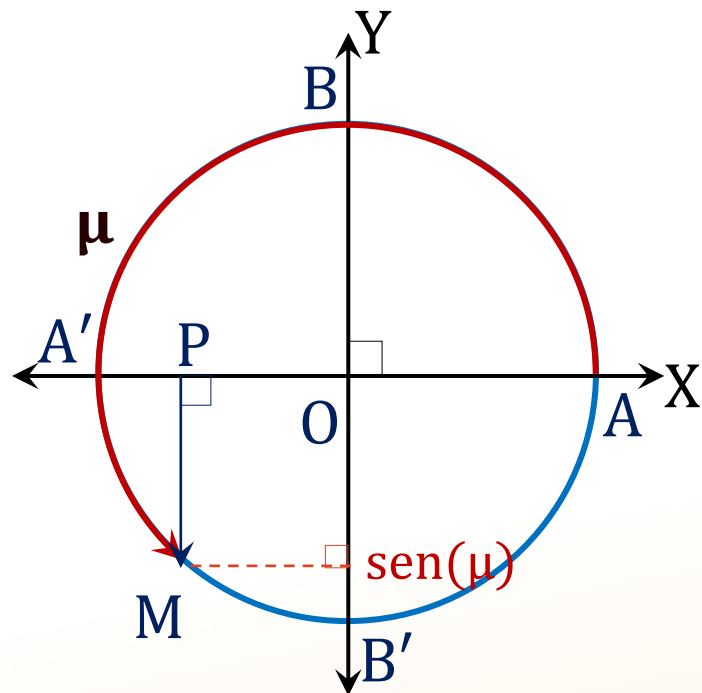
$$\overrightarrow{PM} = \text{sen}(\alpha)$$

$$PM = \text{sen}(\alpha)$$



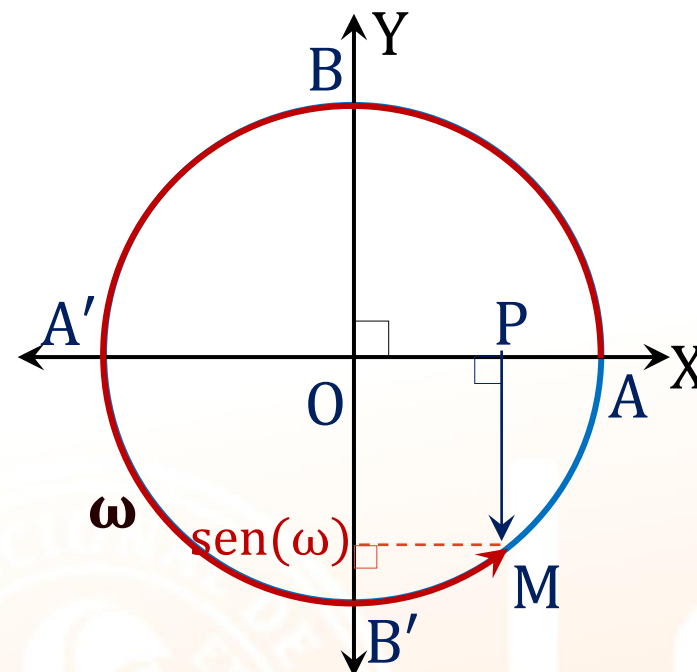
$$\overrightarrow{PM} = \text{sen}(\beta)$$

$$PM = \text{sen}(\beta)$$



$$\overrightarrow{PM} = \text{sen}(\mu)$$

$$MP = -\text{sen}(\mu)$$



$$\overrightarrow{PM} = \text{sen}(\omega)$$

$$MP = -\text{sen}(\omega)$$

Después de proyectar el extremo del arco sobre el eje de abscisas, el segmento orientado, definido desde el pie de la proyección al extremo del arco, es la **línea trigonométrica seno** de dicho arco.

Variación de la línea trigonométrica seno:

En el recorrido $[0; 2\pi]$:

$$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow 0 \leq \text{sen}(\theta) \leq 1$$

$$\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi \Rightarrow 0 \leq \text{sen}(\theta) \leq 1$$

$$\pi \leq \theta \leq \frac{3\pi}{2} \Rightarrow -1 \leq \text{sen}(\theta) \leq 0$$

$$\frac{3\pi}{2} \leq \theta \leq 2\pi \Rightarrow -1 \leq \text{sen}(\theta) \leq 0$$

Podemos observar que:

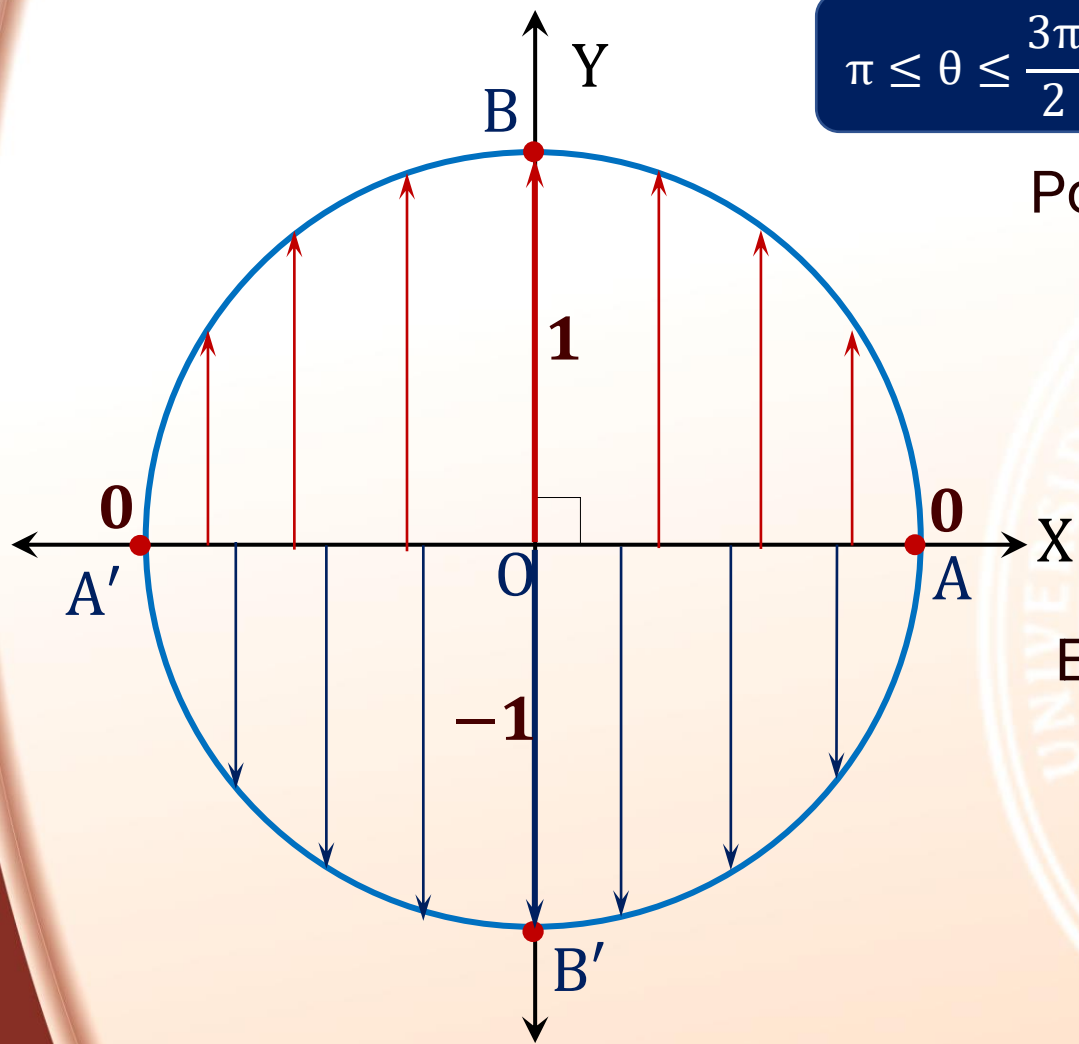
$$\forall \theta \in \mathbb{R}: -1 \leq \text{sen}(\theta) \leq 1$$

$$\forall \theta \in \mathbb{R}: 0 \leq \text{sen}^2(\theta) \leq 1$$

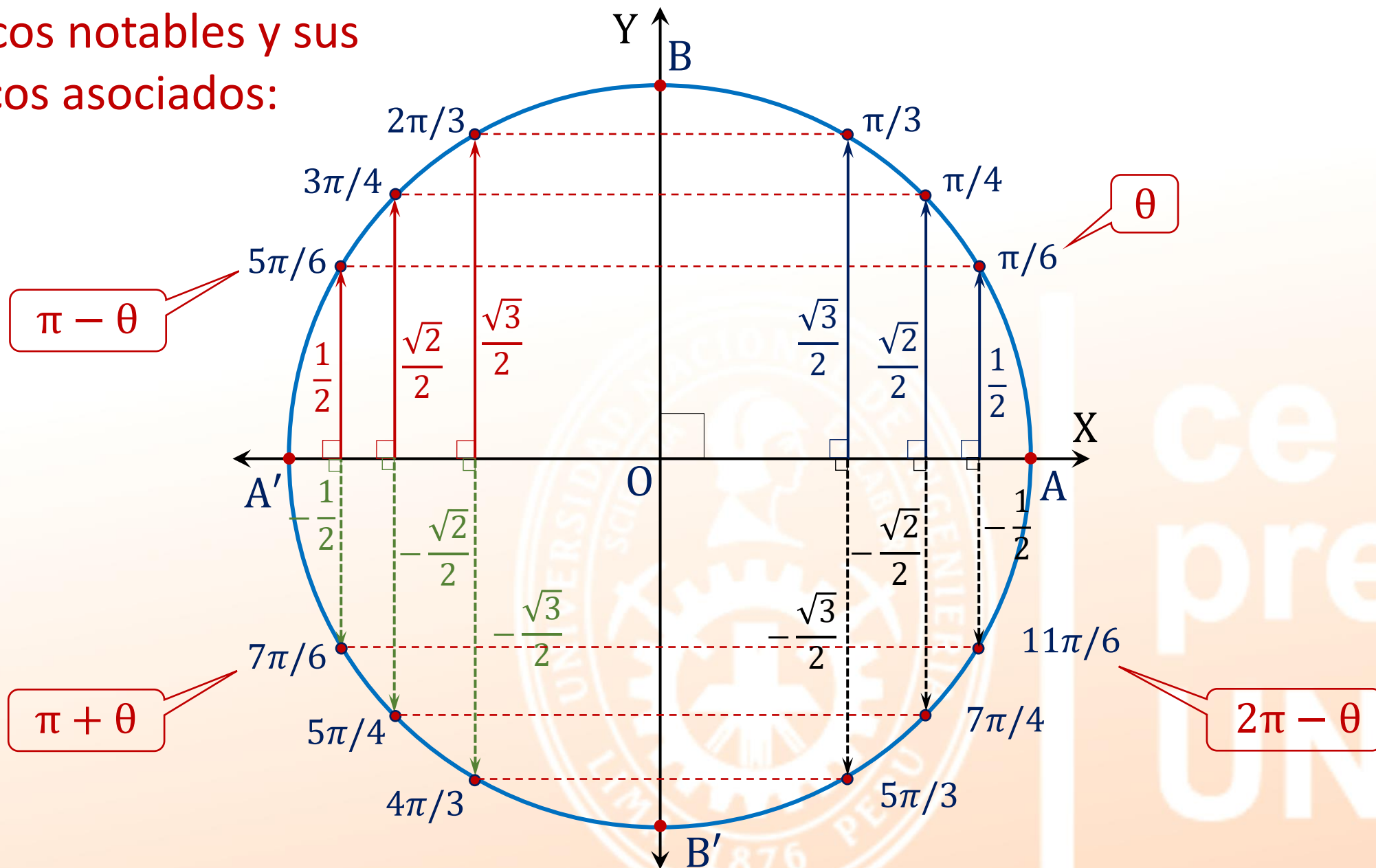
Esto significa que:

$$\forall \theta \in \mathbb{R}: (\text{sen}(\theta))_{\text{máximo}} = 1$$

$$\forall \theta \in \mathbb{R}: (\text{sen}(\theta))_{\text{mínimo}} = -1$$



Arcos notables y sus arcos asociados:



PROBLEMA 01

Señale verdadero (V) o falso (F), según corresponda en cada caso:

I. $\text{sen}(129^\circ) > \text{sen}(59^\circ)$

II. $\text{sen}(244^\circ) > \text{sen}(320^\circ)$

III. $|\text{sen}(305^\circ)| < |\text{sen}(265^\circ)|$

A) VFV

B) VFF

C) VVF

D) FFV

E) FVF

CLAVE: D**PROBLEMA 02**

Ordene de mayor a menor:
sen (1), sen (2), sen (3) y sen (4)

A) sen (4), sen (3), sen (2), sen (1)

B) sen (3), sen (2), sen (1), sen (4)

C) sen (1), sen (2), sen (3), sen (4)

D) sen (2), sen (1), sen (4), sen (3)

E) sen (2), sen (1), sen (3), sen (4)

CLAVE: E

PROBLEMA 03

Si $\pi < x_1 < x_2 < \frac{3\pi}{2}$. Indique si es verdadero (V) o falso (F) las siguientes proposiciones en el orden indicado.

I. $\sin(x_1) < \sin(x_2)$

II. $|\sin(x_1)| < |\sin(x_2)|$

III. $\sin(-x_1) < \sin(-x_2)$

- A) FVF B) FFF C) VFV
D) FFV E) FVV

CLAVE: E

PROBLEMA 04 (PC_02 2023 – I)

Reduzca la expresión

$$|\sin(4) + \sin(2)| - |\sin(4) - \sin(2)|$$

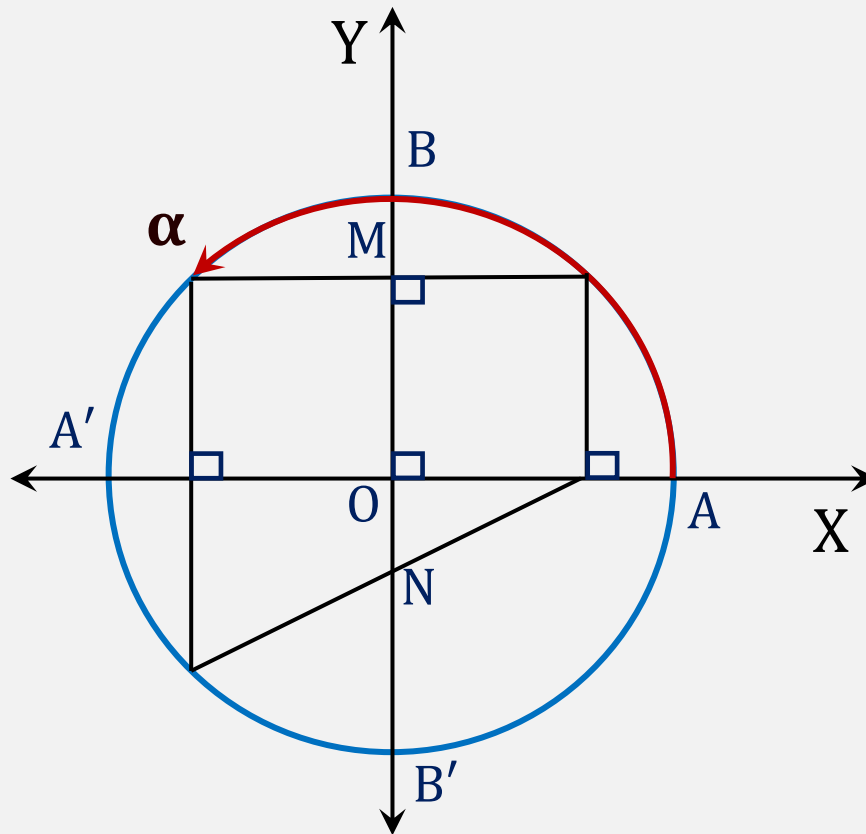
- A) $\sin(2)$ B) $2\sin(2)$
C) $\sin(4)$
D) $2\sin(4)$ E) 0

CLAVE: D

PROBLEMA 05

En la figura se muestra una circunferencia trigonométrica. Expresa MN en términos de α .

- A) $3\text{sen}(\alpha)$
- B) $1,5\text{sen}(\alpha)$
- C) $0,75\text{sen}(\alpha)$
- D) $2\text{sen}(\alpha)$
- E) $0,25\text{sen}(\alpha)$

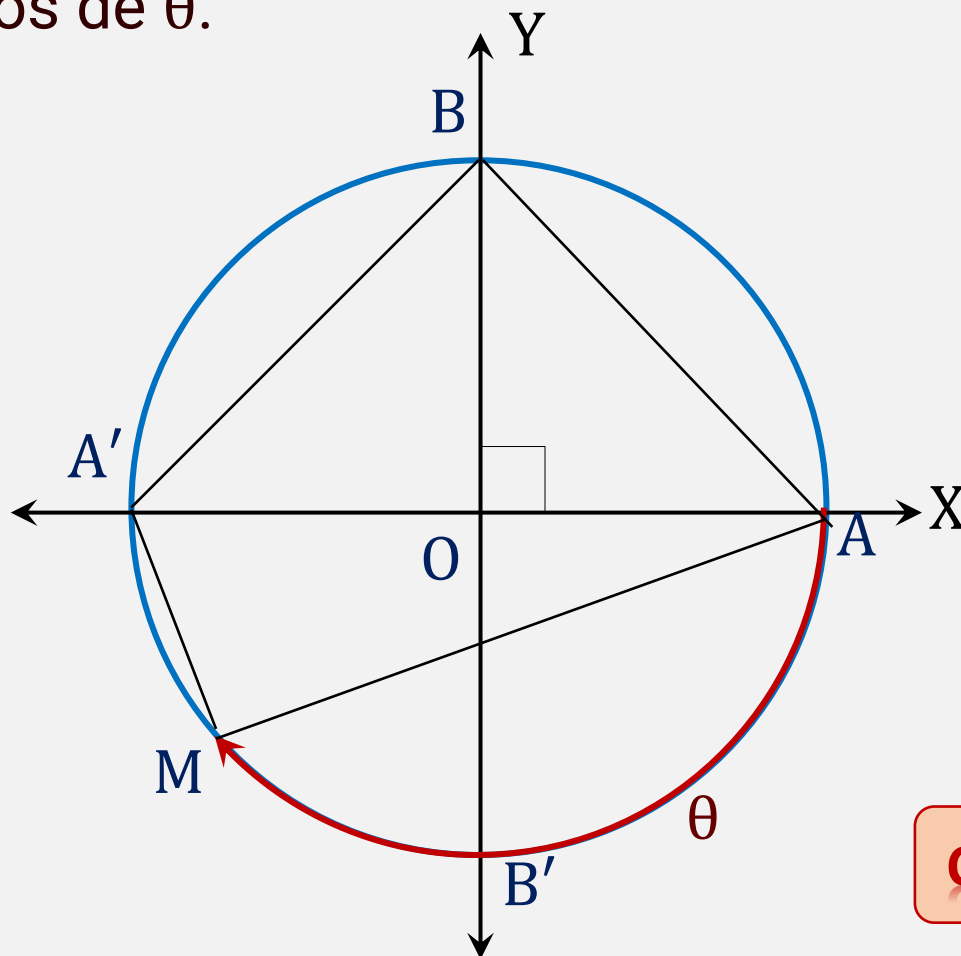


CLAVE: B

PROBLEMA 06

En la circunferencia trigonométrica mostrada, exprese el área de la región cuadrangular $AMA'B$ en términos de θ .

- A) $0,5(1 + \text{sen}(\theta))$
- B) $0,5(1 - \text{sen}(\theta))$
- C) $1 + \text{sen}(\theta)$
- D) $1 - \text{sen}(\theta)$
- E) $2(1 - \text{sen}(\theta))$



CLAVE: D

PROBLEMA 07

Dada la igualdad

$$\operatorname{sen}(\theta) = \frac{5n + 1}{3} - 2n$$

Determine la variación de n .

- A) $[1; 3]$ B) $[-2; 4]$ C) $[-4; 2]$
D) $[-2; 2]$ E) $[0; 4]$

CLAVE: B

PROBLEMA 08

Si $\operatorname{sen}(\alpha) = \frac{p+1}{2} + \frac{p-2}{3}$, ¿qué valores puede tomar el parámetro p para que $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$?

- A) $0 < p < \frac{1}{3}$
B) $-1 < p < 1$
C) $-1 < p < \frac{1}{5}$
D) $0 < p < \frac{1}{8}$
E) $-1 < P < 0$

CLAVE: C

PROBLEMA 09

Si $\theta \in \left[\frac{\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}\right]$, determine la variación de $\frac{1}{2\operatorname{sen}^2(\theta)+1}$.

CLAVE: B

- A) $[-1; 1]$ B) $\left[\frac{1}{3}; 1\right]$ C) $[-1; 2]$ D) $[2; 3]$ E) $\left[\frac{1}{5}; 2\right]$

PROBLEMA 10

Determine la variación de la expresión k definida por:

$$k = \frac{\operatorname{sen}(\theta) (\operatorname{sen}(\theta) + 1) + 2}{\operatorname{sen}(\theta) (\operatorname{sen}(\theta) + 1) + 1}$$

CLAVE: E

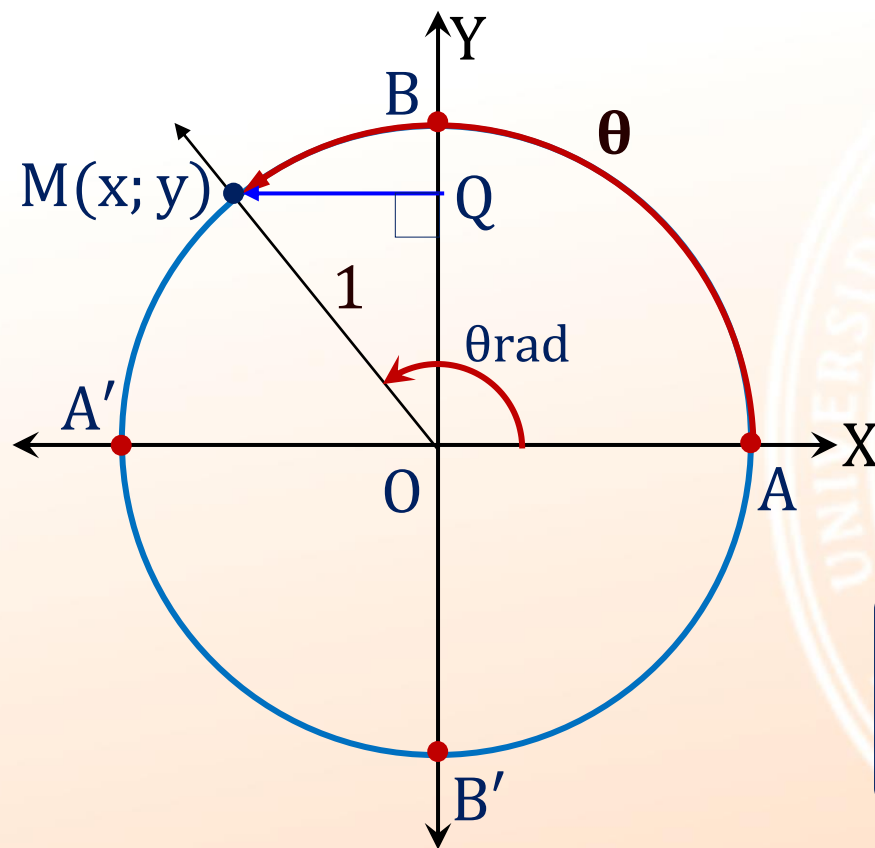
Dar como respuesta la diferencia de su máximo y mínimo valor.

- A) $-2/3$ B) $-1/3$ C) $1/3$ D) $2/3$ E) 1

Línea trigonométrica coseno

Es el segmento dirigido desde la proyección del extremo del arco considerado sobre el eje de ordenadas, hacia dicho extremo.

En la circunferencia trigonométrica mostrada:



Para el ángulo canónico que mide $\theta \text{ rad}$:

$$\underbrace{\cos(\theta \text{ rad})}_{\cos(\theta)} = \frac{x}{1}$$

$$\therefore \cos(\theta) = x$$

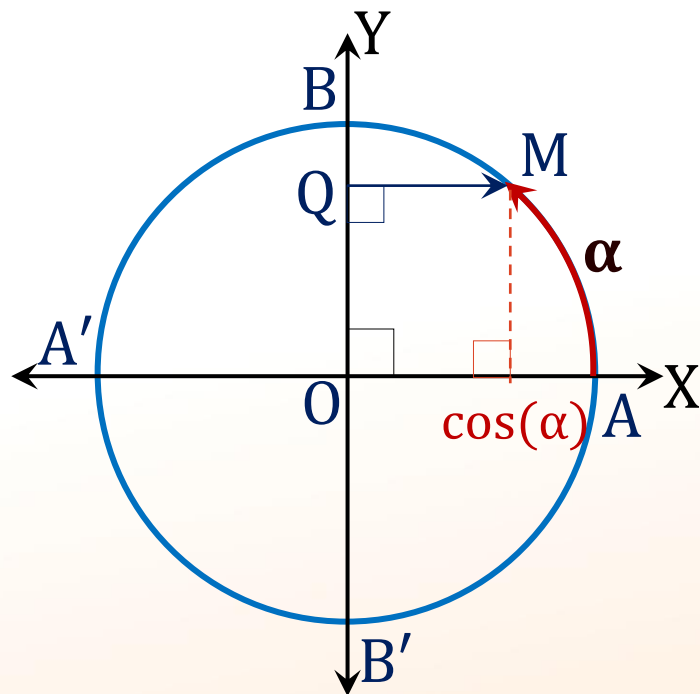
$\overrightarrow{QM}$: segmento dirigido desde Q hacia M

$\overrightarrow{QM}$: representa $\cos(\theta)$

Consideración:

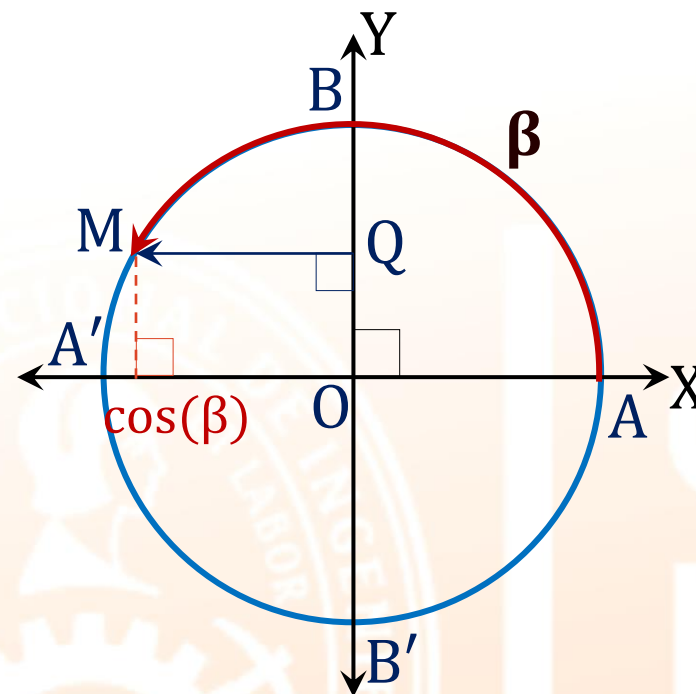
Para todo $\theta \in \mathbb{R}$: $\cos(\theta)$ se encuentra definido

Observe los segmentos dirigidos asociados al coseno de cada arco:



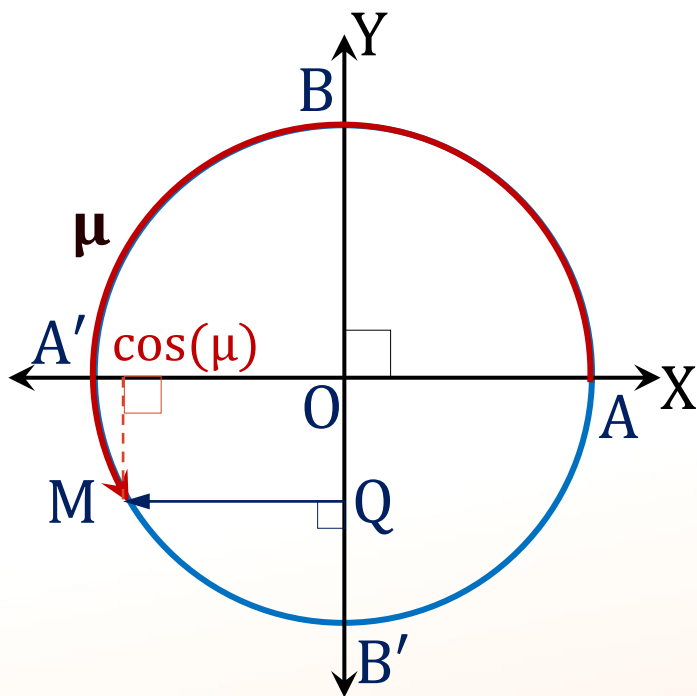
$$\overrightarrow{QM} = \cos(\alpha)$$

$$QM = \cos(\alpha)$$



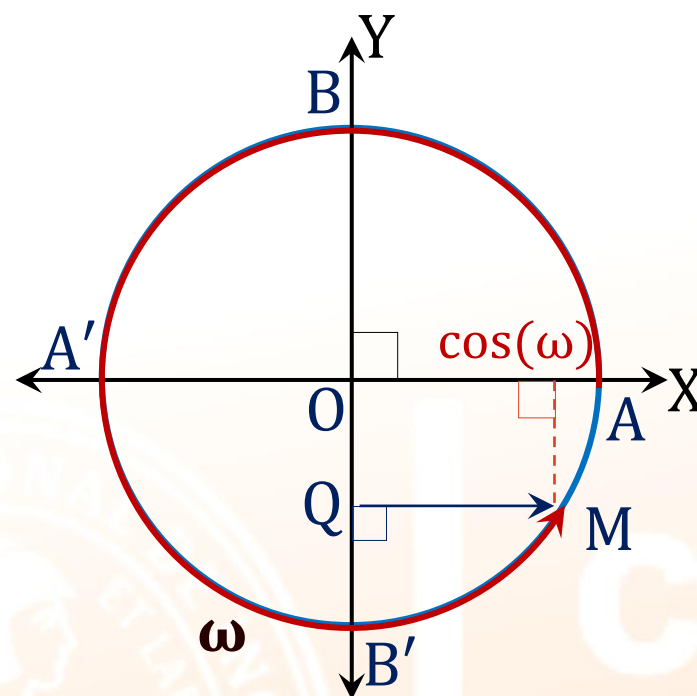
$$\overrightarrow{QM} = \cos(\beta)$$

$$MQ = -\cos(\beta)$$



$$\overrightarrow{QM} = \cos(\mu)$$

$$MQ = -\cos(\mu)$$



$$\overrightarrow{QM} = \cos(\omega)$$

$$QM = \cos(\omega)$$

Después de proyectar el extremo del arco sobre el eje de ordenadas, el segmento orientado, definido desde el pie de la proyección al extremo del arco, es la **línea trigonométrica coseno** de dicho arco.

Variación de la línea trigonométrica coseno:

En el recorrido $[0; 2\pi]$:

$$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow 0 \leq \cos(\theta) \leq 1$$

$$\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi \Rightarrow -1 \leq \cos(\theta) \leq 0$$

$$\frac{3\pi}{2} \leq \theta \leq 2\pi \Rightarrow 0 \leq \cos(\theta) \leq 1$$

$$\pi \leq \theta \leq \frac{3\pi}{2} \Rightarrow -1 \leq \cos(\theta) \leq 0$$

Podemos observar que:

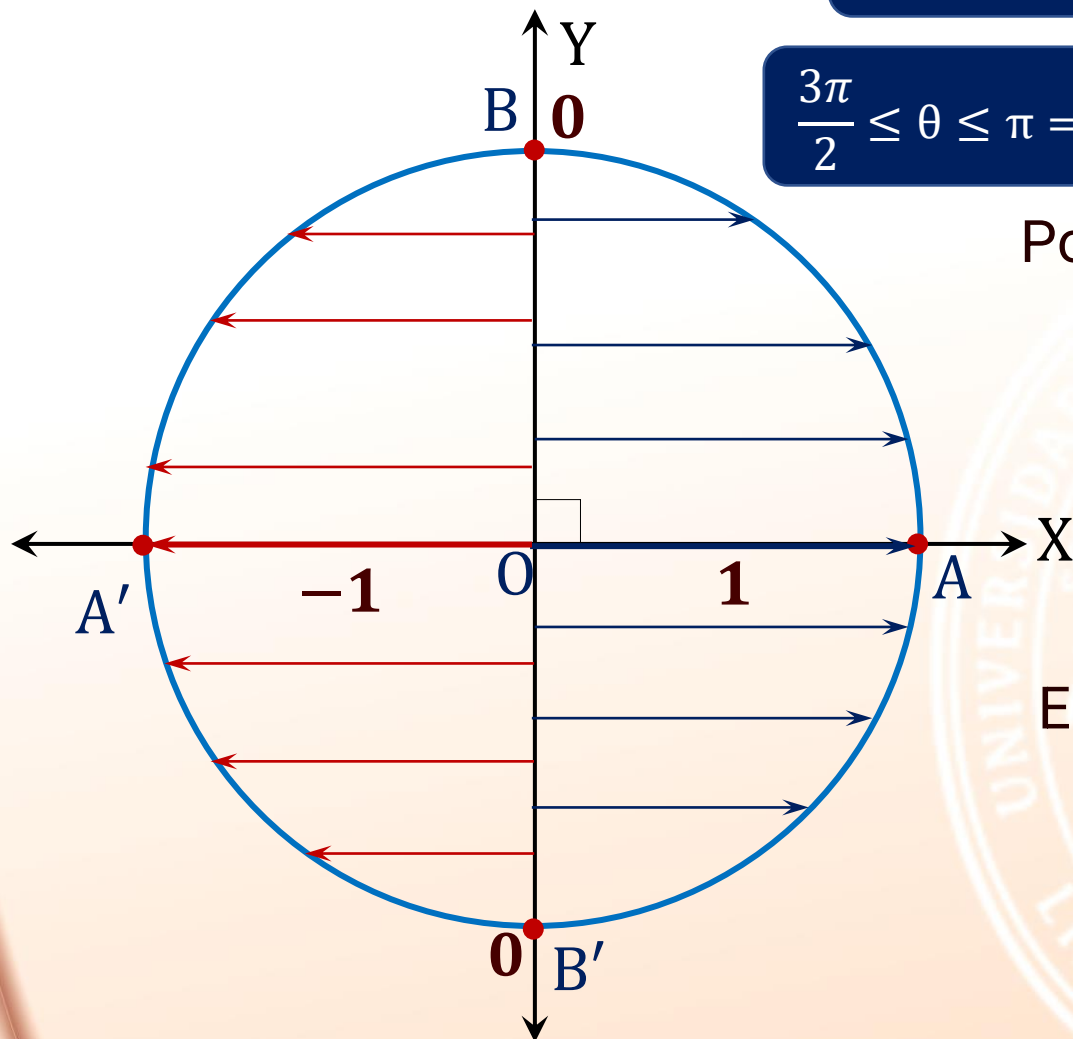
$$\forall \theta \in \mathbb{R}: -1 \leq \cos(\theta) \leq 1$$

$$\forall \theta \in \mathbb{R}: 0 \leq \cos^2(\theta) \leq 1$$

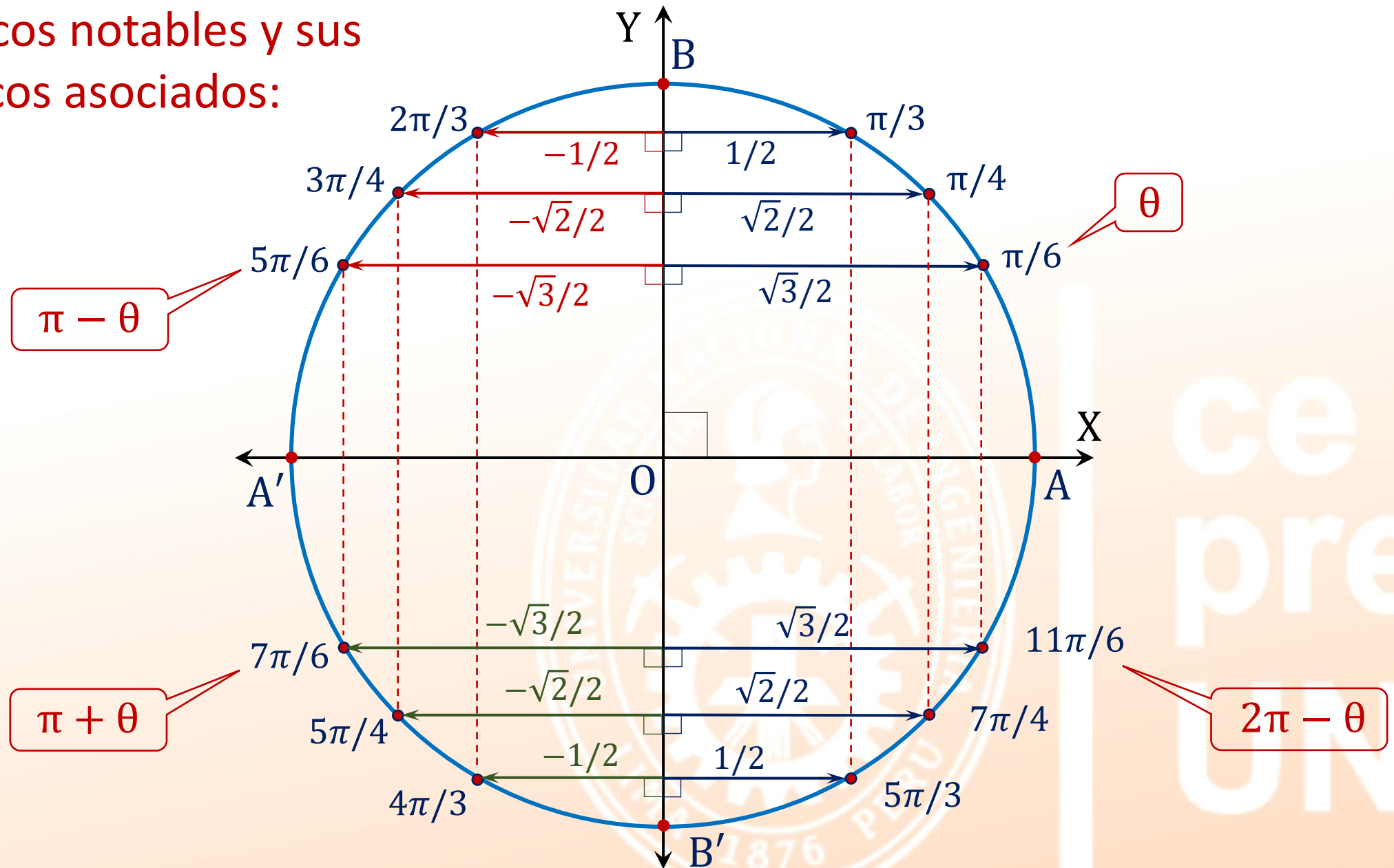
Esto significa que:

$$\forall \theta \in \mathbb{R}: (\cos(\theta))_{\text{máximo}} = 1$$

$$\forall \theta \in \mathbb{R}: (\cos(\theta))_{\text{mínimo}} = -1$$



Arcos notables y sus arcos asociados:



PROBLEMA 11 (Problema 109 del material de estudio)

De los siguientes valores $\cos(10^\circ)$, $\cos(50^\circ)$, $\cos(140^\circ)$, $\cos(240^\circ)$ y $\cos(300^\circ)$ marque la alternativa del menor valor.

CLAVE: C

A) $\cos(10^\circ)$ B) $\cos(50^\circ)$ C) $\cos(140^\circ)$ D) $\cos(240^\circ)$ E) $\cos(300^\circ)$

PROBLEMA 12

Indique el valor de verdad en las siguientes proposiciones:

- Si $\frac{\pi}{2} < x_1 < x_2 < \pi \Rightarrow \cos(x_2) > \cos(x_1)$
- Si $0 < x_1 < \frac{\pi}{4} \Rightarrow \sin(x_1) < \cos(x_1)$
- Si $-\frac{\pi}{2} < x_1 < x_2 < 0 \Rightarrow \cos(x_2) < \cos(x_1)$

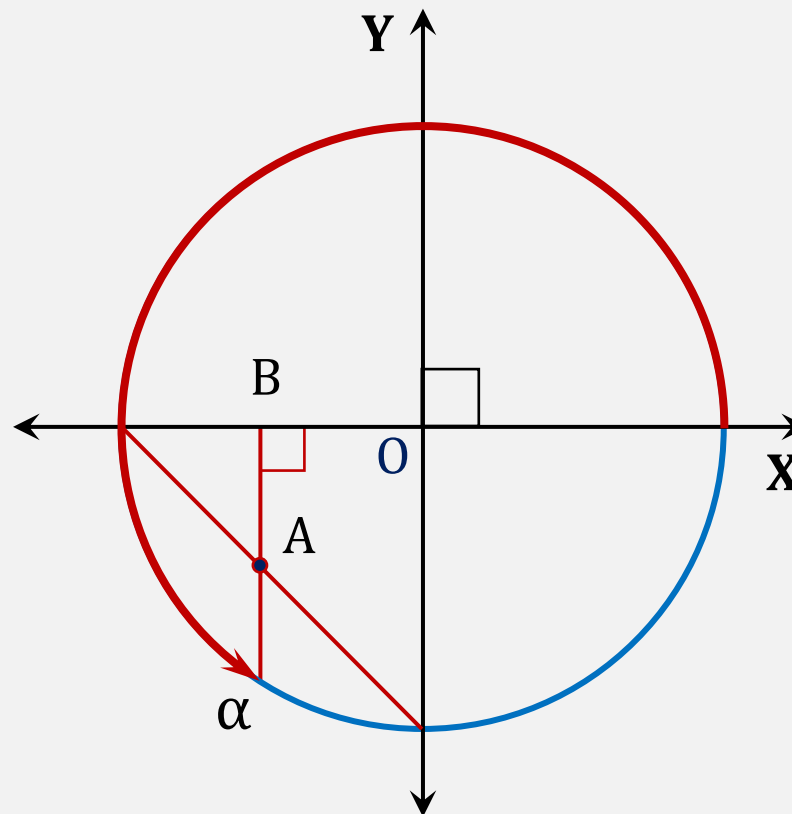
CLAVE: B

A) VFV B) FVF C) FFV D) VVV E) FFF

PROBLEMA 13 (PRIMER EXÁMEN PARCIAL CEPRE UNI 2016-2)

En el círculo trigonométrico del gráfico, calcule AB en términos de α .

- A) $1 + \text{sen}(\alpha)$
- B) $1 + \cos(\alpha)$
- C) $\tan(\alpha) + \cot(\alpha)$
- D) $1 - \text{sen}(\alpha)$
- E) $1 - \cos(\alpha)$



CLAVE: B

En la circunferencia trigonométrica mostrada, determine el equivalente de $\sqrt{2}(\text{PQ} - \text{MN})$ en términos de α .

-
- A geometric diagram showing a circle with center O in a Cartesian coordinate system. The circle is labeled $C.T.$. A blue line segment PM is perpendicular to a green line segment AQ at point Q . The angle between the radius OP and the x -axis is labeled α . The circle intersects the x -axis at point A and the y -axis at point P . The origin is labeled O . The axes are labeled X and Y . A red arc indicates the angle α between the x -axis and the radius OP . A blue square symbol indicates the right angle at Q between PM and AQ . A green line segment AQ passes through Q and extends beyond the circle. A blue line segment PM passes through M and extends beyond the circle. The point N is located on the x -axis between O and A .

CLAVE: E

PROBLEMA 15

Determine los valores entre los cuales varía n , para que se cumpla que

$$\cos(\theta) = \frac{2n^2 - 13}{5}.$$

- A) $[2; 3]$
- B) $\langle -2; 3 \rangle$
- C) $\langle -1; 5 \rangle$
- D) $[-3; -2] \cup [2; 3]$
- D) $[-3; -1] \cup [1; 3]$

CLAVE: D

PROBLEMA 16

Si se cumple que $\theta \in \left\langle \pi; \frac{3\pi}{2} \right\rangle$, determine la variación de m , si se cumple que

$$\cos(\theta) = \frac{4m + 1}{3}.$$

- A) $\left[-1; -\frac{1}{4}\right]$
- B) $\left\langle -2; \frac{3}{4} \right\rangle$
- C) $\left\langle -1; -\frac{1}{4} \right\rangle$
- D) $\left[-2; \frac{3}{4}\right]$
- E) $\langle -1; 1 \rangle$

CLAVE: C

PROBLEMA 17

Determine la variación de la expresión k definida por:

$$k = \cos\left(2\theta + \frac{\pi}{3}\right) \left(\cos\left(2\theta + \frac{\pi}{3}\right) - 1\right); \theta \in \left[-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right]$$

CLAVE: D

Dar como respuesta la suma del máximo y mínimo valor que puede tomar.

A) - 0,25

B) 0,25

C) 0,50

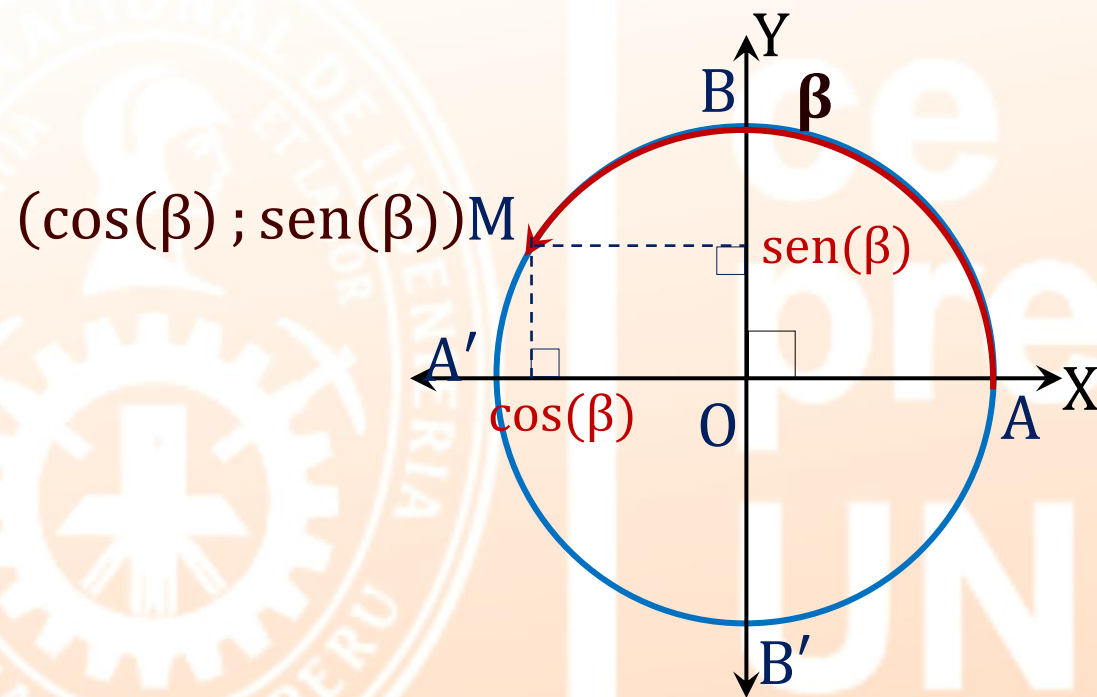
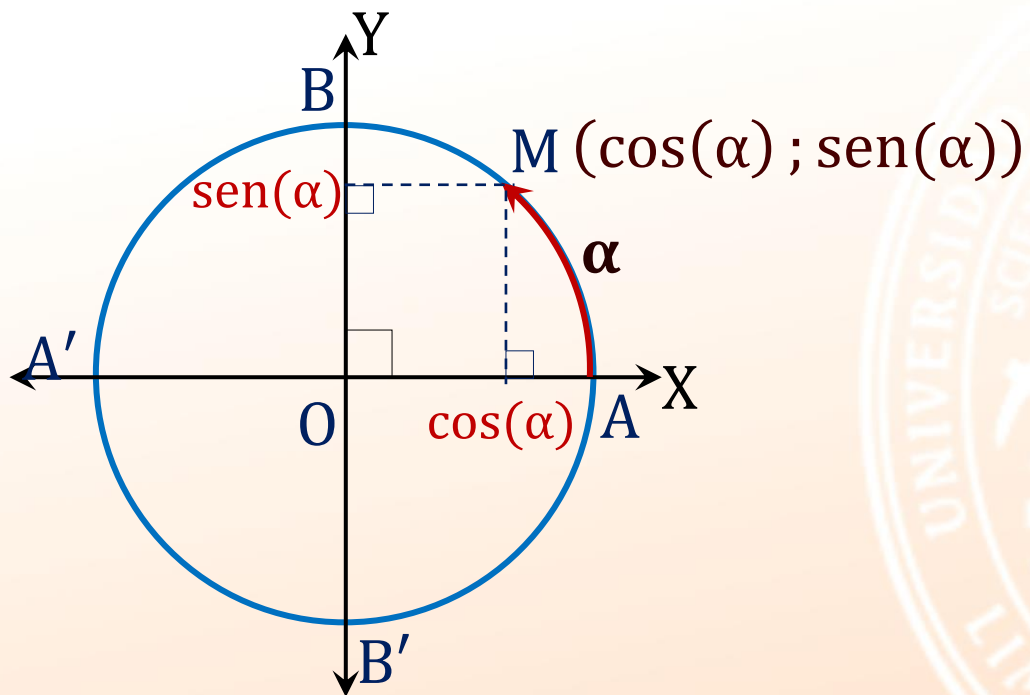
D) 1,75

E) 2,25

Consideración:

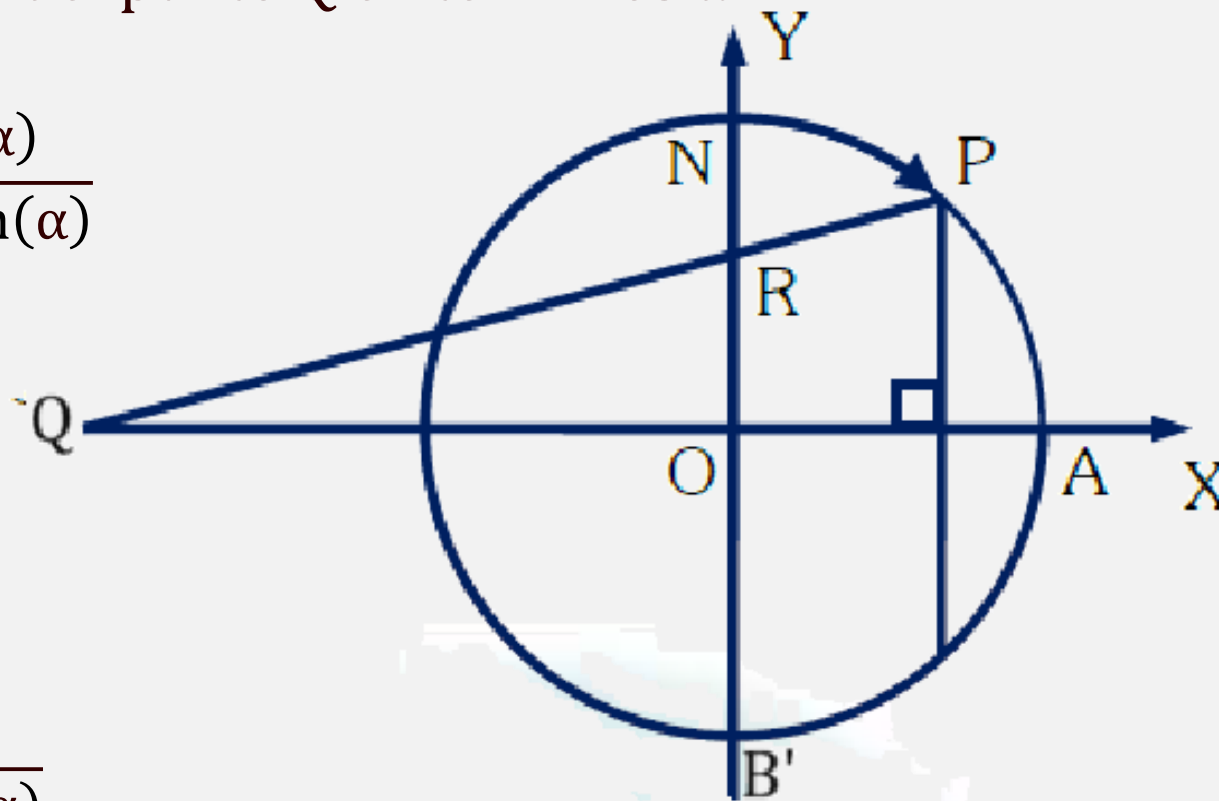
Las coordenadas del extremo M de un arco θ en una circunferencia trigonométrica, dibujado a partir del origen de arcos A; siempre es de la forma $(\cos(\theta); \text{sen}(\theta))$; cualquiera sea la ubicación de dicho extremo.

En la circunferencia trigonométrica mostrada:



PROBLEMA 18

En la circunferencia trigonométrica mostrada, $m\widehat{AB'P} = \alpha$ y R es punto medio de $\overline{ON}$. Determine la abscisa del punto Q en términos α .



A) $\frac{\cos(\alpha)}{1 - 2\sin(\alpha)}$

B) $\frac{\cos(\alpha)}{1 - \sin(\alpha)}$

C) $\frac{\cos(\alpha)}{1 - \cos(\alpha)}$

D) $\frac{\sin(\alpha)}{1 + \cos(\alpha)}$

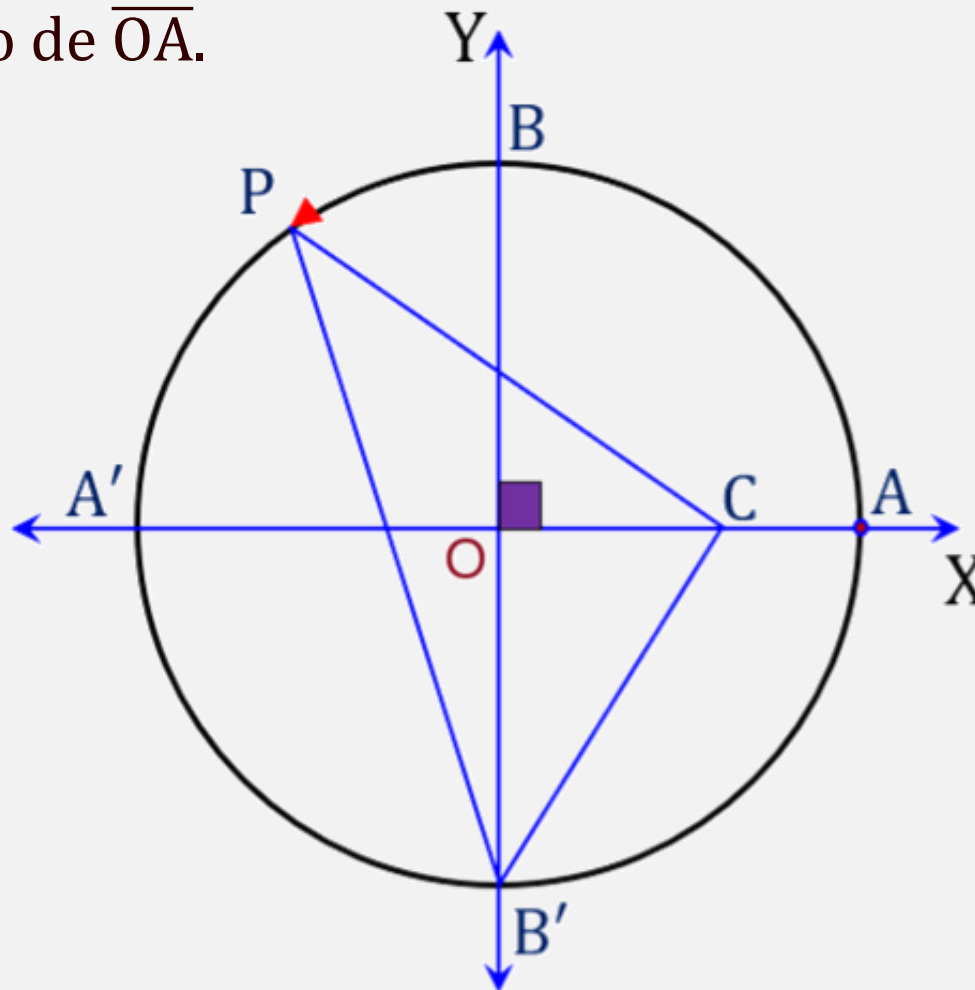
E) $\frac{\cos(\alpha)}{1 + \sin(\alpha)}$

CLAVE: A

PROBLEMA 19 (PC 2 CEPRE UNI 2023 II)

En la circunferencia trigonométrica mostrada, la medida del arco AP es θ . Si S (en u^2) es el área de la región triangular PCB' en términos de θ , determine $4S - 1$, siendo C punto medio de $\overline{OA}$.

- A) $-\cos(\theta) + \sin(\theta)$
- B) $-2\cos(\theta) + \sin(\theta)$
- C) $-\cos(\theta) + 2\sin(\theta)$
- D) $2\cos(\theta) + \sin(\theta)$
- E) $\cos(\theta) + 2\sin(\theta)$


CLAVE: A

PROBLEMA 20 (1ER EXÁMEN PARCIAL UNI 2015-2)

En la figura, calcule el valor de $\sin(\alpha) - \cos(\alpha)$

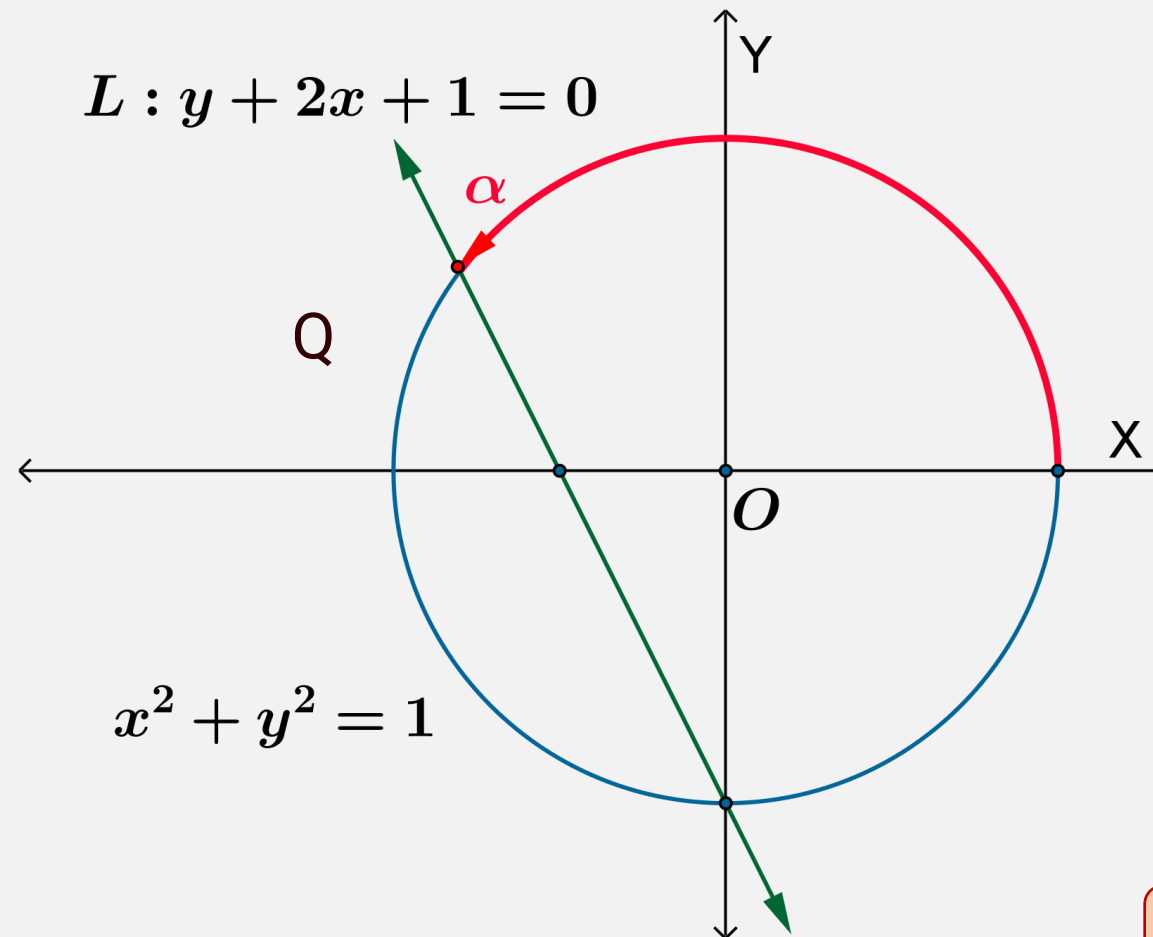
A) $-1/5$

B) $1/5$

C) $3/5$

D) $7/5$

E) $8/5$



CLAVE: D

PROBLEMA 21

En la circunferencia trigonométrica mostrada, exprese el área de la región triangular A'TB en términos de θ .

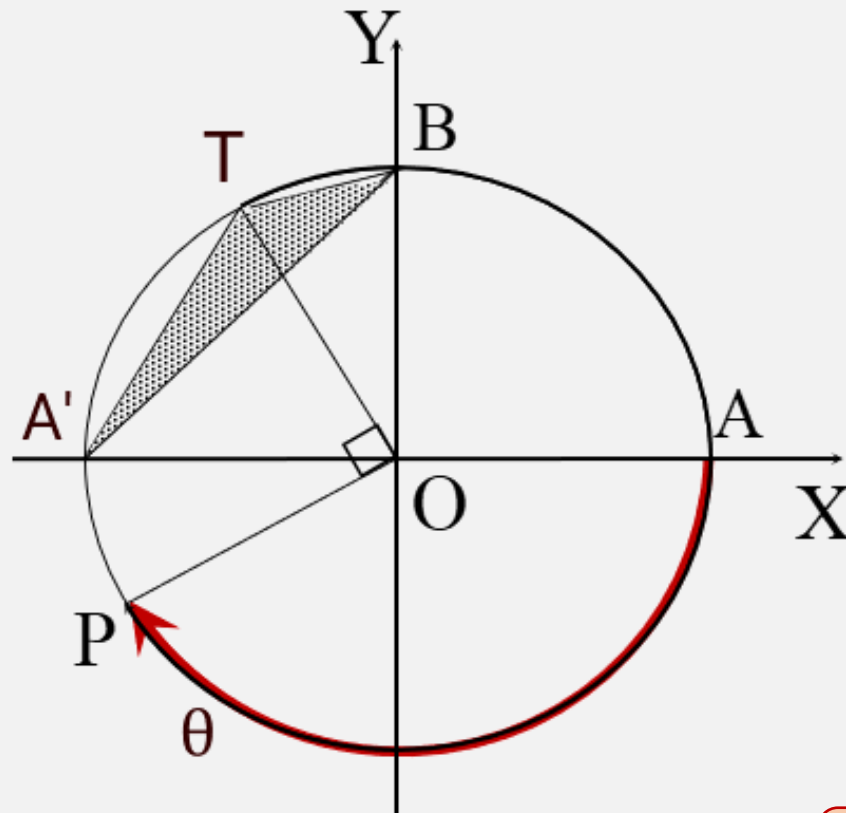
A) $\frac{1 - \operatorname{sen}(\theta) + \cos(\theta)}{2}$

B) $\frac{1 - \operatorname{sen}(\theta) - \cos(\theta)}{2}$

C) $\frac{\operatorname{sen}(\theta) - \cos(\theta)}{2}$

D) $\frac{\cos(\theta) - \operatorname{sen}(\theta)}{2}$

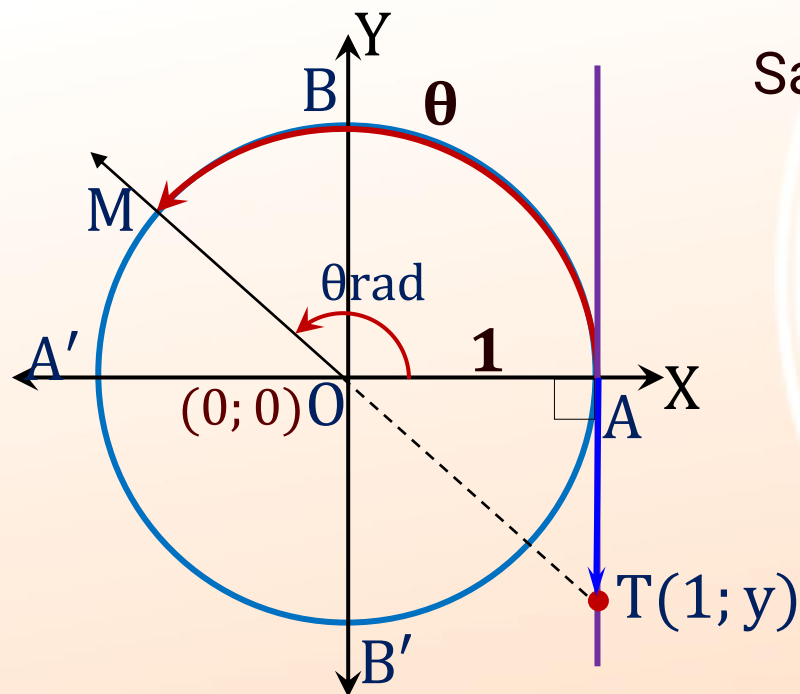
E) $-\frac{1 + \operatorname{sen}(\theta) + \cos(\theta)}{2}$


CLAVE: E

Línea trigonométrica tangente

Es el segmento dirigido desde el origen de arcos A, al punto de intersección de la recta tangente a la CT en dicho punto y la prolongación del radio que pasa por el extremo del arco considerado.

En la circunferencia trigonométrica mostrada:



Sabemos que: $\tan(\theta \text{ rad}) = m_{\overline{OT}} = \frac{y - 0}{1 - 0} = \frac{y}{1}$

$\tan(\theta)$

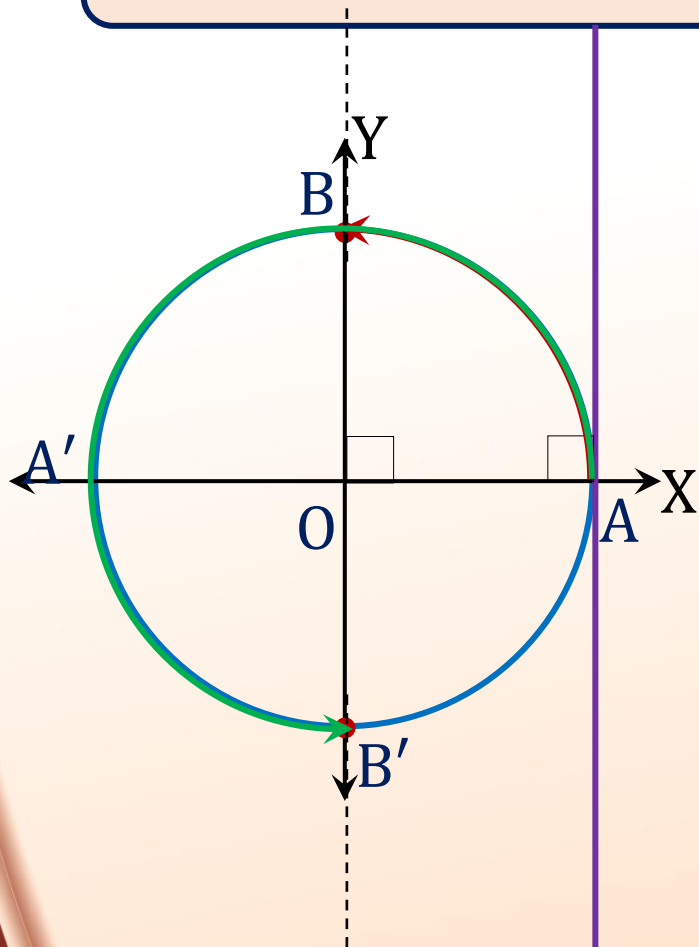
$$\therefore \tan(\theta) = y$$

$\overrightarrow{AT}$: segmento dirigido desde A hacia Q.

$\overrightarrow{AT}$: representa $\tan(\theta)$

Observación:

Para los arcos cuyo extremo coincida con B o B', es decir para arcos coterminales con $\pi/2$ y $3\pi/2$; la razón trigonométrica tangente no está definida.

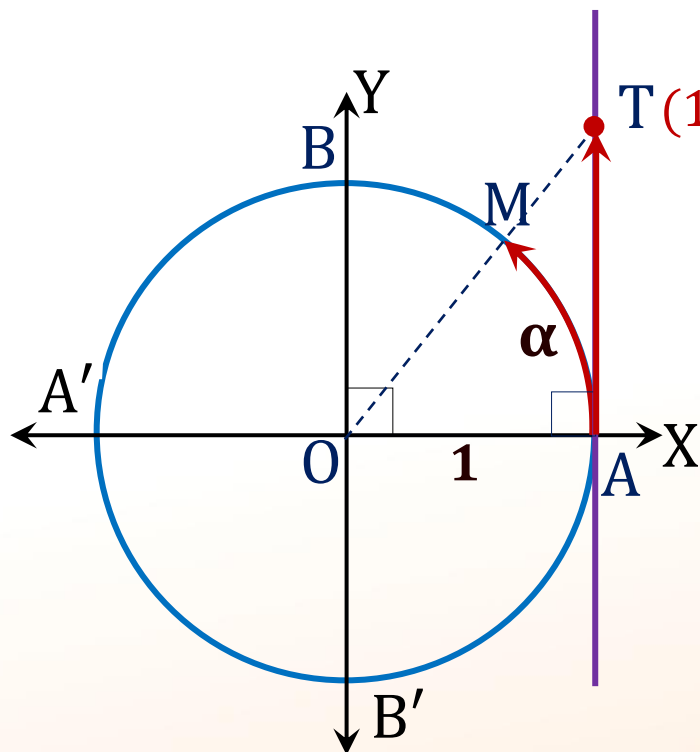


Consideración:

Para los arcos de la forma $\{(2k + 1)\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}\}$, la tangente no está definida.

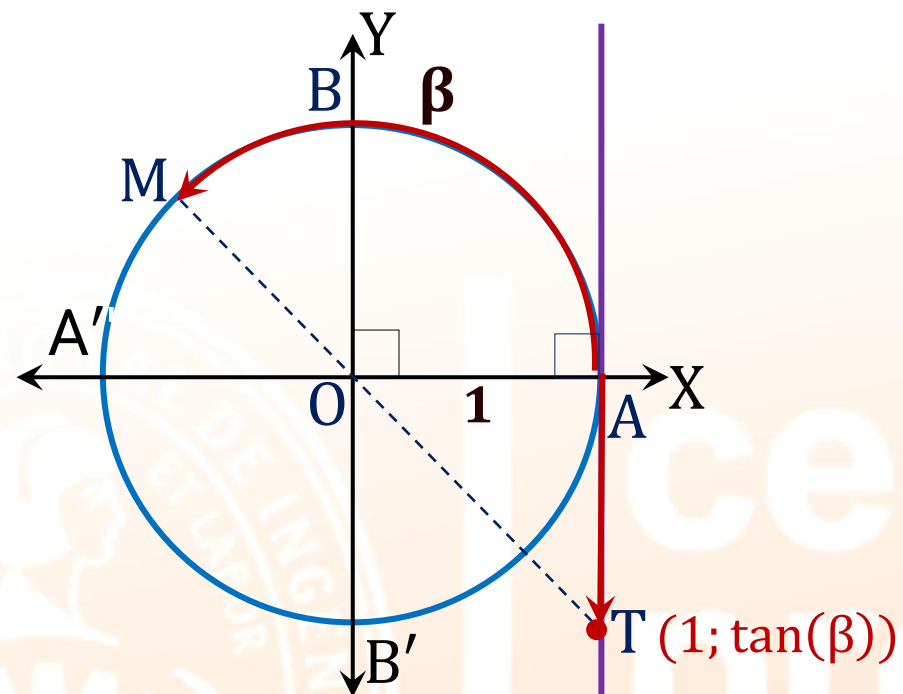
Para todo $\theta \in \mathbb{R} - \{(2k + 1)\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}\}$, $\tan(\theta)$ si está definida.

Observe los segmentos dirigidos asociados a la tangente de cada arco:



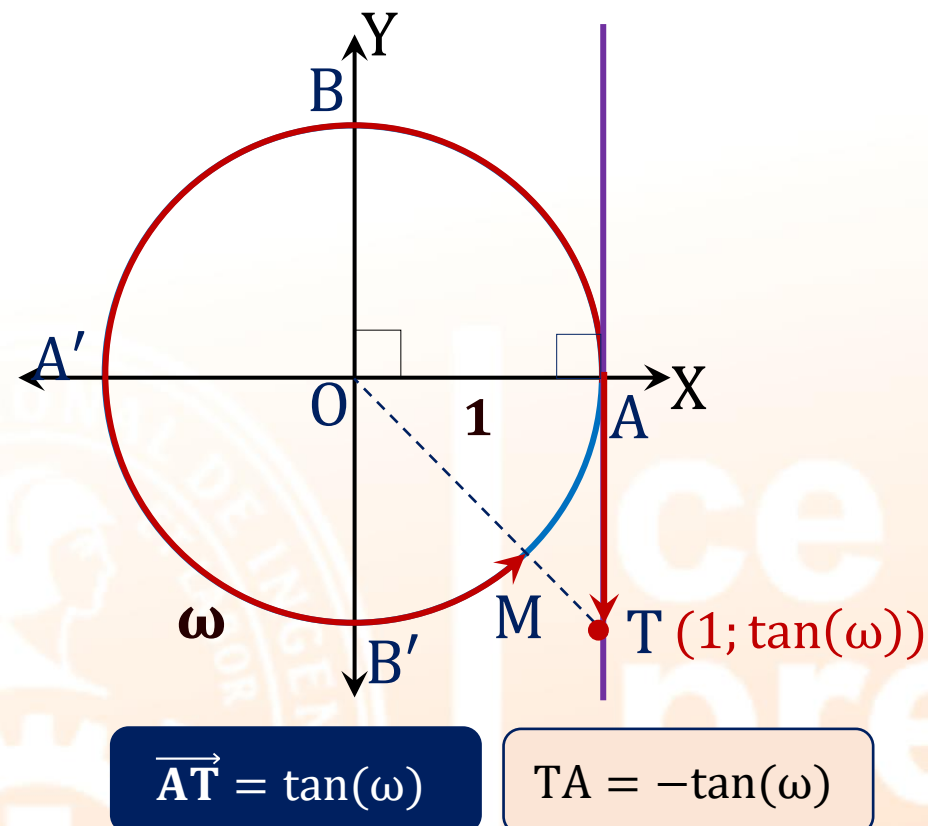
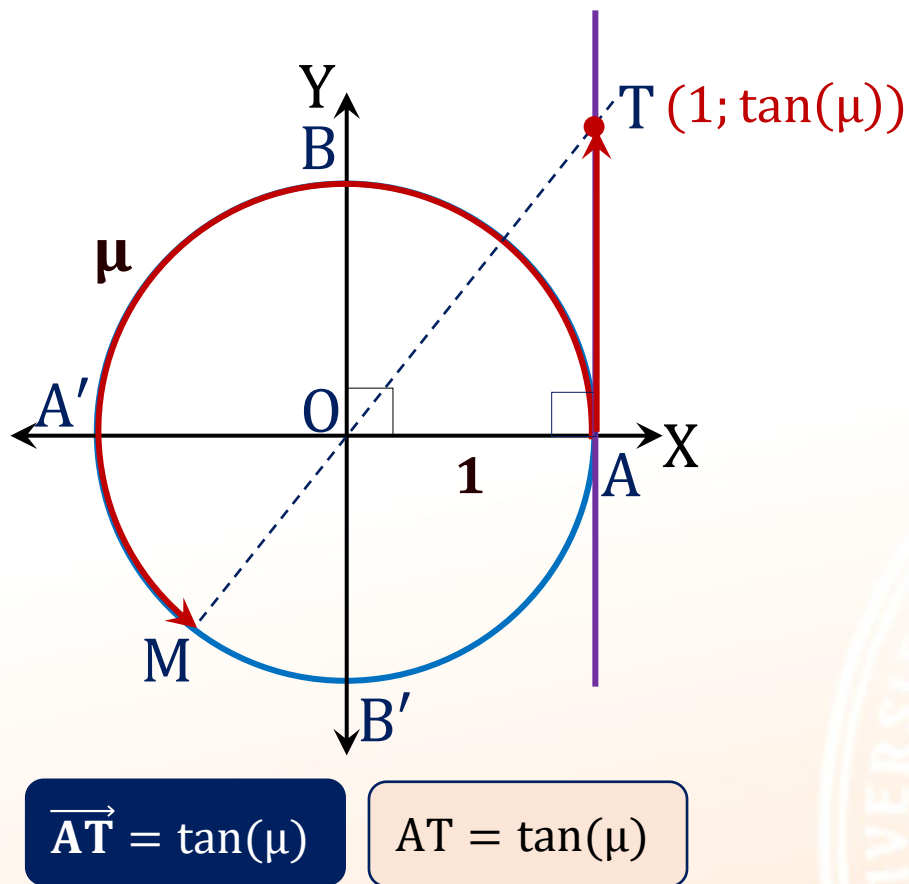
$$\overrightarrow{AT} = \tan(\alpha)$$

$$AT = \tan(\alpha)$$



$$\overrightarrow{AT} = \tan(\beta)$$

$$TA = -\tan(\beta)$$



El segmento orientado, definido desde el origen de arcos al punto de intersección de la prolongación del radio y la recta tangente a la CT, es la **línea trigonométrica tangente** del arco considerado.

Variación de la línea trigonométrica tangente:

En el recorrido $[0; 2\pi]$:

$$0 \leq \theta < \frac{\pi}{2} \Rightarrow 0 \leq \tan(\theta) < +\infty$$

$$\frac{\pi}{2} < \theta \leq \pi \Rightarrow -\infty < \tan(\theta) \leq 0$$

$$\pi \leq \theta < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow 0 \leq \tan(\theta) < +\infty$$

$$\frac{3\pi}{2} < \theta \leq 2\pi \Rightarrow -\infty < \tan(\theta) \leq 0$$

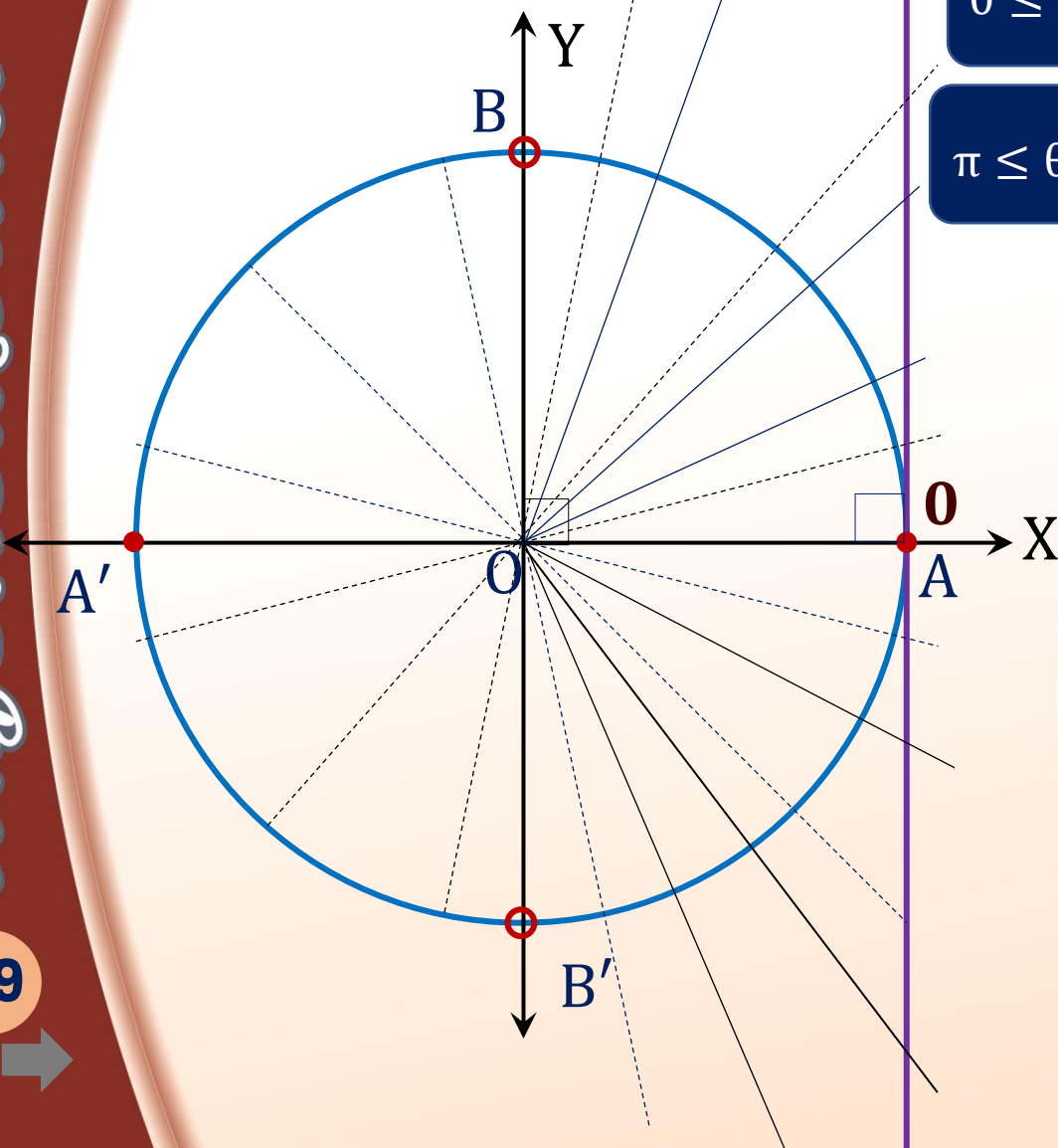
Podemos observar que:

$$\forall \theta \in \mathbb{R} - \left\{ \frac{(2k+1)\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\} : -\infty < \tan(\theta) < +\infty$$

$$\forall \theta \in \mathbb{R} - \left\{ \frac{(2k+1)\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\} : \tan^2(\theta) \geq 0$$

Esto significa que:

$$\forall \theta \in \mathbb{R} - \left\{ \frac{(2k+1)\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\} \\ \tan(\theta) \text{ no tiene máximo ni mínimo}$$



PROBLEMA 22 (PRIMER EXÁMEN PARCIAL CEPRE UNI 2019-1)

Indique la secuencia correcta después de determinar si la proposición es verdadera (V) o falsa (F):

- I. $\text{sen}(10^\circ) > \text{sen}(80^\circ)$
- II. $\text{cos}(10^\circ) > \text{cos}(80^\circ)$
- III. $\text{tan}(10^\circ) > \text{tan}(80^\circ)$

- A) FFF B) FFV C) VVV
- D) FVV E) FVF

CLAVE: E

PROBLEMA 23

Señale verdadero (V) o falso (F), según corresponda en cada caso

- I. $\tan(\sqrt{5}) > \tan(2,9)$
- II. $\tan(22/21) > \tan(0,5)$
- III. $\tan\left(\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{4}\right) < \tan(0.5)$

- A) VFV B) VFF
- C) VVF D) FFF
- E) FFV

CLAVE: D

PROBLEMA 24 (EXAMEN DE ADMISIÓN UNI 2022 - II)

Indique la alternativa correcta, después de determinar si la proposición es verdadera (V) o falsa (F) en cada uno de los siguientes enunciados:

I. $\text{sen}(160^\circ) < \text{sen}(70^\circ) < \text{sen}(50^\circ)$

II. $\text{sen}(1) < \text{sen}(2) < \text{sen}(3)$

III. $\tan(\text{sen}(2)) > \tan(\text{sen}(1)) > \tan(\text{sen}(3))$

CLAVE: B

A) FFF

B) FFV

C) VVV

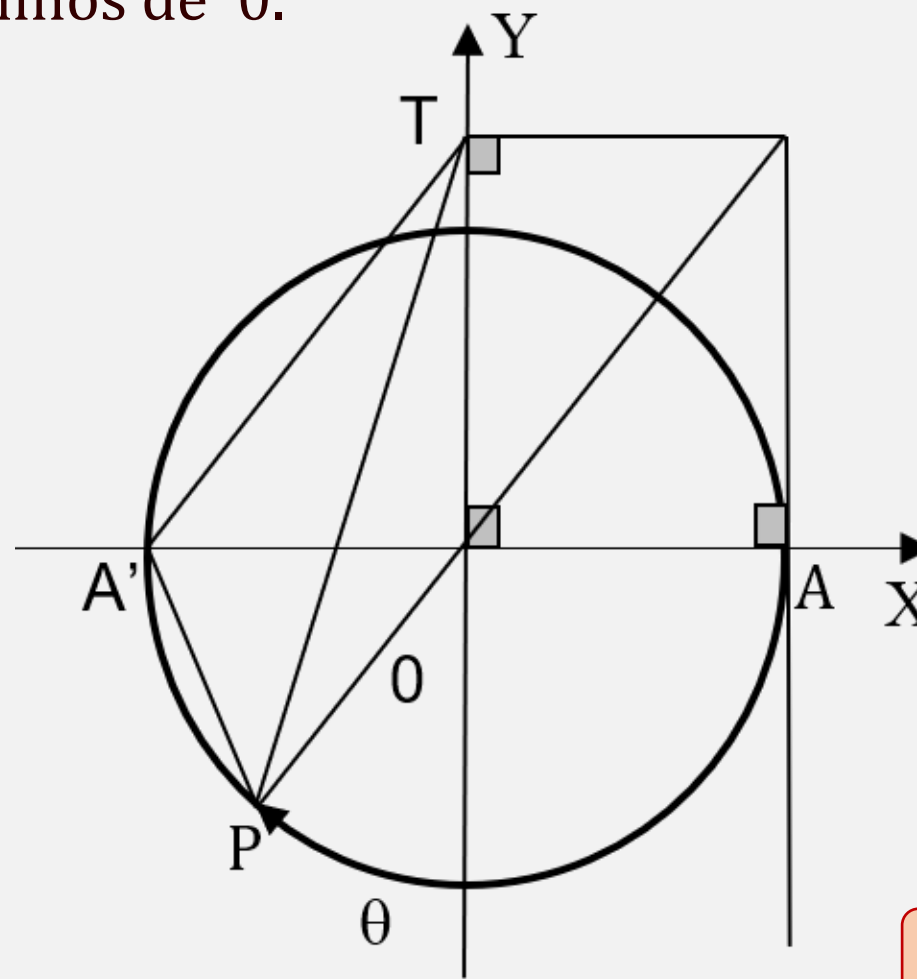
D) FVV

E) FVF

PROBLEMA 25

En la figura se muestra una circunferencia trigonométrica, exprese el área de la región triangular $PA'T$ en términos de θ .

- A) $0,5\tan(\theta)$
- B) $0,5(\cos(\theta) + \tan(\theta))$
- C) $0,5(\sin(\theta) + \cos(\theta) + 1)$
- D) $-0,5\tan(\theta)$
- E) $-0,5(\cos(\theta) + \tan(\theta))$



CLAVE: A

PROBLEMA 26

En el círculo trigonométrico mostrado, $m_{\widehat{AP}} = \theta$, calcule el área de la región sombreada.

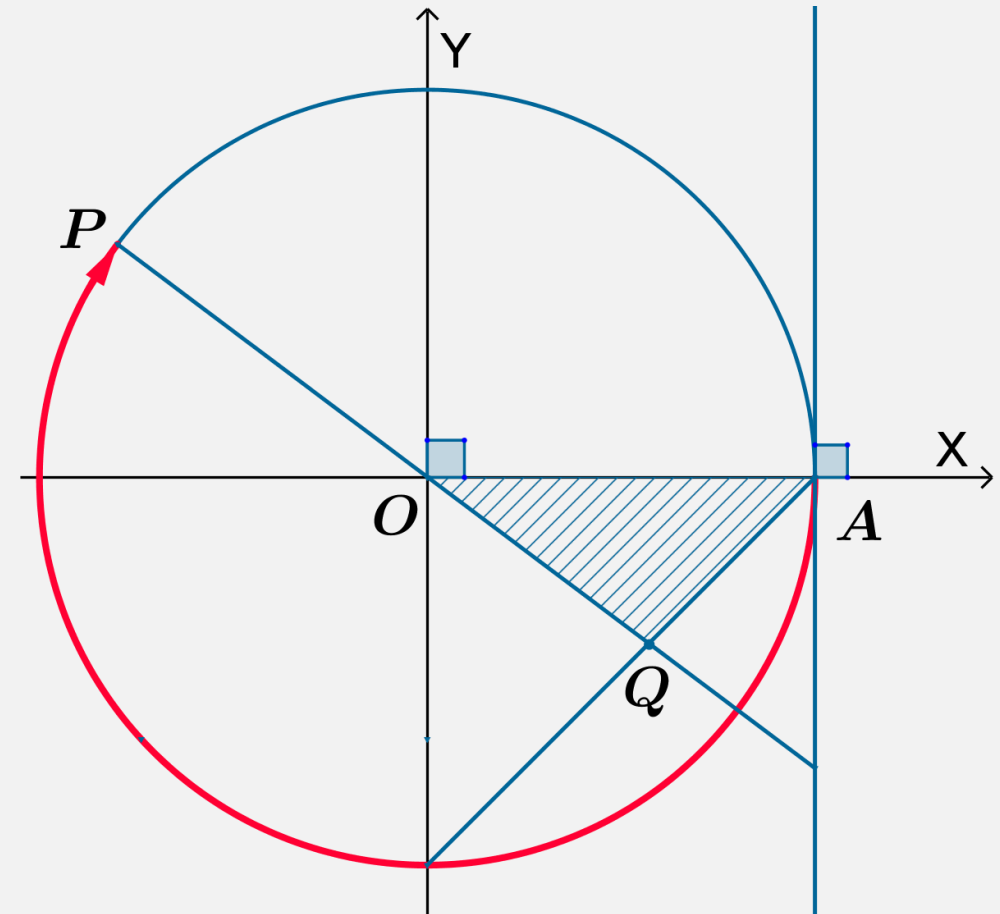
A) $\frac{0,5\tan(\theta)}{1 - \tan(\theta)}$

B) $\frac{2\tan(\theta)}{1 - \tan(\theta)}$

C) $\frac{0,5\tan(\theta)}{\tan(\theta) - 1}$

D) $\frac{3\tan(\theta)}{\tan(\theta) + 1}$

E) $\frac{\tan(\theta)}{1 + \tan(\theta)}$



CLAVE: C

PROBLEMA 27

Sabiendo que $\theta \in \langle \pi/2; \pi \rangle$ y además $-\sqrt{3} \leq \tan(\theta) \leq -1$. ¿Cuál de las siguientes relaciones es correcta?

- A) $0 \leq \sin(\theta) \leq \sqrt{3}/2$ B) $-\sqrt{2}/2 \leq \cos(\theta) \leq -\sqrt{3}/2$ C) $\sqrt{2}/2 \leq \sin(\theta) \leq \sqrt{3}/2$
D) $-1 \leq \cos(\theta) \leq 1/2$ E) $-1/2 \leq \sin(\theta) \leq 1/2$

CLAVE: C

PROBLEMA 28

Sea la expresión: $W = \sqrt{3} \tan\left(\frac{61\pi}{6} + x\right); \frac{\pi}{2} < x < \pi$

Al determinar la variación numérica de W se obtiene $\langle a; b \rangle$, calcule $3b - 2a$.

- A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 13

CLAVE: C

PROBLEMA 29 (Problema 128 del material de estudio)

Se verifica que $|\alpha| \leq \frac{\pi}{3}$, determine los valores de k a partir de la igualdad

$$\frac{k-5}{3} = 4 - \sqrt{3}\tan(\alpha)$$

CLAVE: E

A) $[3; 21]$

B) $[5; 25]$

C) $[6; 24]$

D) $[7; 28]$

E) $[8; 26]$

PROBLEMA 30

Si $-\sqrt{2} \leq \tan(\theta) < 1$, determine la variación de $\frac{2-\cos^2(\theta)}{1+\cos^2(\theta)}$

CLAVE: A

A) $\left[\frac{1}{2}; \frac{5}{4}\right]$

B) $\left[\frac{3}{4}; 1\right]$

C) $\left[\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right]$

D) $\left[\frac{1}{3}; \frac{5}{4}\right]$

E) $\left[\frac{1}{3}; \frac{9}{4}\right]$